

# Effet du rayonnement surfacique sur les re-circulations de convection naturelle

Ru LI, Hua SUN, Eric CHENIER\*, Guy LAURIAT

Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, UMR 8208 CNRS

Université Paris-Est Marne-la-Vallée

5 bld. Descartes, 77454 Marne-la-Vallée cedex 2

\*(auteur correspondant : [eric.chenier@univ-paris-est.fr](mailto:eric.chenier@univ-paris-est.fr))

**Résumé** - L'influence des échanges par rayonnement entre parois sur un écoulement de convection naturelle dans un canal vertical est étudiée numériquement. Malgré un très faible écart de température, l'effet du rayonnement thermique modifie fortement la topologie de l'écoulement et le débit volumique dans la conduite, ce qui se traduit, en particulier, par la disparition de la re-circulation existant lorsque les surfaces en regard sont supposées être parfaitement réfléchissantes.

## Nomenclature

|              |   |                       |   |
|--------------|---|-----------------------|---|
| $c_p$        | capacité calorifique, $=1004 J/(kg.K)$        | $q_r$                 | densité nette de flux de rayonnement, $W/m^2$                         |
| $g$          | accélération de la pesanteur, $=9,81 m/s^2$   | $Q_v$                 | débit volumique, $m^3/s$  |
| $H$          | hauteur du canal, $=1 m$                      | $T$                   | température, $K$  |
| $k$          | conductivité thermique, $=0,025 W/(K.m)$      | $T_0$                 | température de référence, $=293 K$                                    |
| $l$          | largeur du canal, $=10 cm$                    | $\mathbf{v}$          | vecteur vitesse, $\mathbf{v}=v_x\mathbf{e}_x+v_z\mathbf{e}_z$ , $m/s$ |
| $\mathbf{n}$ | vecteur unitaire normal et sortant du domaine | <i>Symboles grecs</i> |   |
| $p$          | pression, $Pa$                                | $\beta$               | coefficient d'expansion, $=1/T_0$ , $K^{-1}$                          |
| $q_0$        | densité de flux de chaleur, $=1,147 W/m^2$    | $\varepsilon$         | émissivité  |
| $q_c$        | densité de flux de conduction, $W/m^2$        | $\mu$                 | viscosité dynamique, $=1,77 \cdot 10^{-5} kg/(m.s)$                   |
|              |   | $\rho$                | masse volumique, $=1,2 kg/m^3$  |

## 1. Introduction

Dans les problèmes de convection naturelle thermique, le couplage entre les transferts de chaleur et la dynamique de l'écoulement fluide est fondamental : l'écoulement résulte des inhomogénéités de densité liées à la distribution spatiale de la température qui, elle-même, dépend du champ de vitesse qui transporte l'énergie thermique. En l'absence de production ou de dissipation de chaleur, l'apport d'énergie thermique vient des frontières du domaine et cette énergie sera partiellement transférée sous forme mécanique dans le fluide pour le mettre en mouvement. Lorsque la température des frontières n'est pas parfaitement régulée (température imposée), le bilan thermique au niveau des parois s'obtient par l'équilibre entre le flux de conduction dans la paroi, le flux transféré au fluide et le flux net de rayonnement thermique. L'objectif de cette communication est de montrer que les échanges par rayonnement entre parois jouent un rôle essentiel dans la structuration des écoulements fluides, alors même que les écarts de température n'excèdent pas  $1^\circ C$  par rapport à une température d'ambiance à  $20^\circ C$ .

Parmi les nombreuses applications utilisant la convection naturelle pour échanger de l'énergie thermique nous pouvons par exemple citer le principe du mur Trombe, le problème de l'évacuation de la chaleur derrière les panneaux photovoltaïques ou les circuits imprimés.

En première approximation, ces problèmes peuvent être modélisés par un canal vertical dont une ou plusieurs parois sont soumises à des flux thermiques [1].

Une des premières études expérimentales de la convection naturelle dans un canal vertical, proposée par Elenbaas [2], a permis de déterminer les différents modes d'écoulement en fonction d'un nombre de Rayleigh modifié (rapport entre le nombre de Rayleigh construit sur la largeur et la longueur de la paroi chauffée). Sur la base de résultats expérimentaux et de simulations numériques simplifiées, Bar-Cohen et Rosenhow [3] puis Olsson [4] ont plus tard présenté un ensemble de corrélations valables dans différentes situations, canal chauffé symétriquement ou asymétriquement, à flux ou à températures imposés. Contrairement aux approches numériques antérieures qui utilisaient une approximation parabolique des équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, Naylor et al. [5] ont été parmi les premiers à utiliser les équations sous leur formulation elliptique originale. Malgré de nombreuses études numériques, la convection naturelle en canal vertical apparaît toujours comme étant d'une résolution numérique délicate comme l'ont illustré les travaux récents basés sur l'expérience de Webb et Hill [6] et réalisés dans le cadre du réseau AMETH (Travaux présentés lors du Congrès Français de Thermique 2010). Ce travail s'inscrit dans la continuité des simulations réalisées autour de l'expérience de Webb et Hill [6] et vise à mettre en évidence les effets du rayonnement thermique sur l'écoulement et les transferts de chaleur, pour une paroi à flux imposé.

## 2. Modélisation

### 2.1. Modèle physique et équations

Le canal construit pour les expériences de Webb et Hill [6] est constitué de deux parois verticales de hauteur  $H=1\text{ m}$ , espacées de  $l=10\text{ cm}$ , et plongé dans un environnement à  $T_0=293\text{ K}$  (Fig. 1). Les parois sont isolées à l'exception de la moitié centrale du mur gauche qui contient un élément chauffant qui fournit une densité de flux de chaleur uniforme et constante,  $q_0=1,147\text{ W/m}^2$ . Le nombre de Rayleigh modifié, construit sur l'écart de température  $q_0 l/k$ , vaut  $10^5$ . On considère que les parois verticales sont constituées du même matériau d'émissivité  $\varepsilon$ . L'air qui circule dans le canal peut être supposé transparent au rayonnement thermique. L'environnement extérieur rayonne sur les parois à travers les sections ouvertes haute et basse. Un modèle de corps noir à  $T_0=293\text{ K}$  est utilisé pour tenir compte du rayonnement thermique de l'air ambiant.

Les transferts thermiques ainsi que l'écoulement fluide sont gouvernés par les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie. Les échanges par rayonnement entre surfaces interviennent uniquement dans les conditions aux limites. Compte tenu du faible écart relatif de température (au maximum de  $0,3\%$ ), l'approximation de Boussinesq est utilisée :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) \right) = -\nabla (p + \rho_0 g z) + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho_0 g \beta (T - T_0) \mathbf{e}_z \quad (2)$$

$$\rho_0 c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} T) \right) = k \nabla^2 T \quad (3)$$

La densité de flux net radiatif  $q_{r,i}$  sur la surface  $S_i$ , écart entre la radiosité du rayonnement quittant  $S_i$  et de l'éclairement provenant des  $N_s$  surfaces, grises et diffuses ou noires est

donnée par l'expression  $q_{r,i} = B_i - \sum_{j=1}^{N_s} \int_{S_j} B_j K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) dS_j$  où  $\mathbf{r}_i$  est la position de la surface élémentaire  $dS_i$  et  $K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = dF_{dS_i \rightarrow dS_j} / dS$  avec  $dF_{dS_i \rightarrow dS_j}$  le facteur de forme élémentaire entre les surfaces  $dS_i$  et  $dS_j$ . La radiosité  $B_i$  de la surface  $S_i$  s'écrit:  $B_i = \varepsilon_i T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^{N_s} \int_{S_j} B_j K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) dS_j$ . En définissant  $\mathbf{n}$  la normale unitaire et sortante au domaine fluide et en utilisant la loi de Fourier  $q_c = -k \nabla T \cdot \mathbf{n}$ , les conditions aux limites s'écrivent :

- $(x=0 \text{ et } 0 < z < H/4) \text{ et } (x=0 \text{ et } 3H/4 < z < H) \text{ et } (x=l \text{ et } 0 < z < H), \quad \mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad q_r - q_c = 0$
- $(x=0 \text{ et } H/4 < z < 3H/4), \quad \mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad q_r - q_c = q_0$
- $(0 < x < l \text{ et } z=0) \text{ et } (0 < x < l \text{ et } z=H)$

$$u = \mathbf{0}, \quad \nabla v \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad \begin{cases} \text{Si } \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < \mathbf{0} \text{ alors} & p_g = -\rho v^2 / 2, \quad T = T_0 \\ \text{Si } \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > \mathbf{0} \text{ alors} & p_g = 0, \quad \nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

avec  $p_g = p + \rho g z$  la pression motrice. La condition (4) s'applique dans les sections d'entrée et de sortie du canal et change selon que le fluide est entrant ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} < \mathbf{0}$ ) ou sortant ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} > \mathbf{0}$ ). Les relations en pression sont issues du théorème local de Bernoulli pour un fluide parfait en écoulement permanent. La chute de pression motrice pour l'air entrant dans le canal correspond à l'énergie volumique nécessaire pour amener le fluide du repos à la vitesse d'entrée. Pour le fluide sortant, l'écoulement est supposé parallèle ce qui permet de relier la pression motrice de sortie avec la pression motrice extérieure, supposée nulle.

## 2.2. Modèle numérique

Les équations de conservation de la masse (Eq. 1), de la quantité de mouvement (Eq. 2) et de l'énergie (Eq. 3) sont discrétisées spatialement à l'ordre 2 par la méthode des volumes finis, sur un maillage structuré et avec des variables co-localisées. Les termes de transport sont exprimés de façon centrée. La discrétisation temporelle à l'ordre 2 des équations est effectuée à l'instant  $t = (n+1)\Delta t$ , avec un schéma d'Euler pour les termes de diffusion et une extrapolation d'Adams-Bashforth pour les termes de transport. Le découplage vitesse-pression est assuré par une méthode de projection. La résolution du problème de Poisson permettant le calcul de la correction de pression  $\Phi^{n+1} = p^{n+1} - p^n$  étant connue pour engendrer des oscillations parasites sur maillages co-localisés, nous avons substitué l'équation  $\nabla^2 \Phi^{n+1} = f$ , où  $f$  est un terme source approprié, par  $\tilde{\nabla}^2 \Phi^{n+1} = f - (\nabla^2 \tilde{\Phi}^{n+1} - \tilde{\nabla}^2 \tilde{\Phi}^{n+1})$  avec  $\tilde{\Phi}^{n+1}$  une approximation explicite de  $\Phi$  en  $t = (n+1)\Delta t$  et  $\tilde{\nabla}^2$  l'opérateur de diffusion à 5 points utilisé sur des maillages décalés [7]. Pour le calcul des facteurs de forme entre les facettes du maillage des parois, on utilise la méthode des cordes croisées. Le couplage entre l'équation de l'énergie et l'équation des radiosités discrétisée est itératif : à partir des températures des parois, on calcule les flux de rayonnement sur chaque facette puis on réinjecte ces flux dans les conditions aux limites de l'équation de l'énergie pour déterminer les nouvelles températures des parois verticales.

La résolution de l'équation des radiosités est effectuée par la méthode de Gauss avec pivots partiels. Les solutions des problèmes d'Helmholtz pour les composantes des vitesses, le champ de température et la correction de pression, solution du problème de Poisson modifié,

sont obtenues par une méthode de Bi-Gradient Conjugué Stabilisé, préconditionnée par une décomposition LU incomplète.

Des calculs ont été menés avec  $75 \times 1000$ ,  $112 \times 1500$  et  $150 \times 2000$  mailles, pour  $\varepsilon = 0$  et  $\varepsilon = 1$ . Les grandeurs moyennes et locales ne présentant pas d'écart significatifs, nous avons sélectionné le maillage le moins coûteux en temps de calcul pour la suite des études, c'est-à-dire  $75 \times 1000$  mailles. L'évolution temporelle est effectuée à nombre de Courant-Friedrich-Levy fixé,  $CFL = 0,1$  (à convergence,  $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-3}$  s). En notant  $\|\cdot\|_2$  la norme discrète  $L^2$ , la solution stationnaire est atteinte lorsque  $E^{n,n+1} < 10^{-9}$  avec

$$E^{n,n+1} = \max \left( \frac{\|u^{n+1} - u^n\|_2}{\|u^{n+1}\|_2}, \frac{\|v^{n+1} - v^n\|_2}{\|v^{n+1}\|_2}, \frac{\|T^{n+1} - T^n\|_2}{\|T^{n+1}\|_2} \right) \quad (6)$$

### 3. Résultats

En l'absence de rayonnement thermique, c'est-à-dire pour des parois parfaitement réfléchissantes ( $\varepsilon = 0$ ), le fluide chauffé par conduction au niveau de l'élément chauffant monte par convection naturelle. Une couche limite dynamique se développe le long du mur gauche pour  $z > 25$  cm. Pour l'alimenter, l'air peut rentrer, soit par le bas, soit par le haut du canal. Dans notre problème, l'alimentation par la frontière inférieure est insuffisante et du fluide doit également pénétrer par le haut (Fig. 2a,  $\varepsilon = 0$ ).

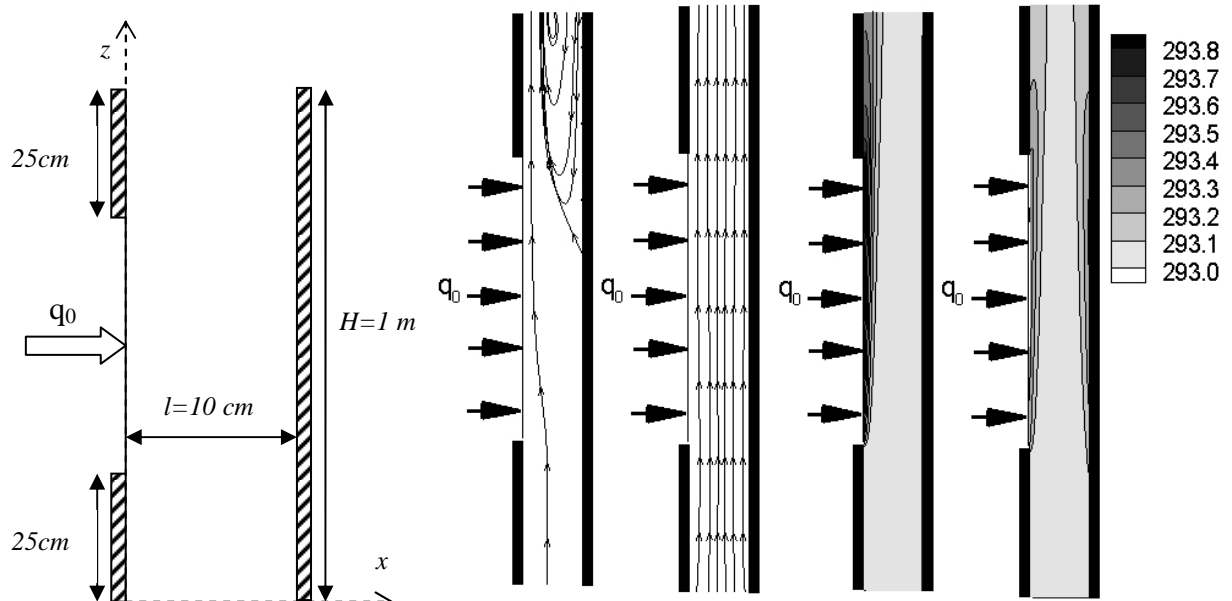


Figure 1 : Schéma du canal (échelle non respectée)

Figure 2 : Lignes de courant et champs de température

La figure 3 illustre le profil de la vitesse verticale dans la section « de sortie » pour quatre valeurs de l'émissivité. La redistribution par rayonnement thermique de l'énergie fournie par l'élément chauffant se traduit par une diminution de l'intensité de l'écoulement le long de la paroi gauche et l'apparition d'un mouvement de fluide ascendant le long de la paroi droite. Ce nouvel écoulement de convection naturelle étant difficilement compatible avec un mouvement descendant le long de la surface droite, la re-circulation va rapidement disparaître (Fig. 2a,  $\varepsilon = 1$  et Fig. 3). En effet, alors que l'air pénètre dans la section « de sortie » sur un peu plus de la moitié de la largeur totale du canal pour  $\varepsilon = 0$ , il ne pénètre plus que sur une distance de 1,5 cm de la paroi droite lorsque  $\varepsilon = 0,04$ , distance devenant nulle dès que  $\varepsilon \geq 0,05$  (Fig. 3).

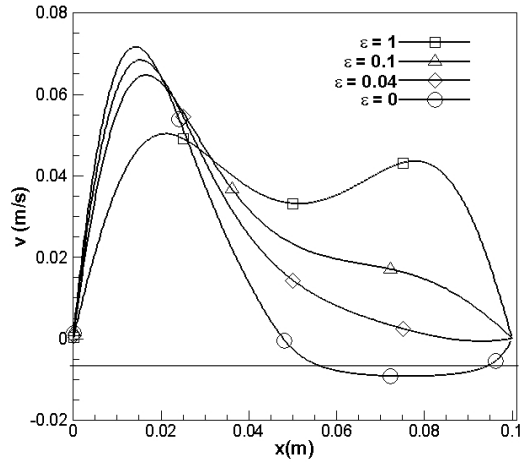


Figure 3 : Composante verticale de la vitesse en frontière supérieure du canal en fonction de  $x$ .

Le débit circulant à travers le canal augmente très rapidement dès lors que les parois ne sont plus parfaitement réfléchissantes : lorsque l'émissivité varie de  $\varepsilon = 0$  à  $\varepsilon = 0,115$ , le débit volumique est doublé. La relation analytique  $Q_v(\varepsilon) = 3,54 \cdot 10^{-3} - 2,06 \cdot 10^{-3} \exp(-11,74\varepsilon)$  est une approximation à 5% du débit calculé numériquement. La distribution de température sur les parois du canal est représentée sur les figures 4a et 4b, pour différentes valeurs de l'émissivité. La température maximale  $T_{max}=293,86$  est atteinte à l'extrémité supérieure de la région chauffée et pour des parois parfaitement réfléchissantes. Rapporté à la température d'entrée de  $T_0=293$  K, l'écart relatif est très faible et égal à 0,3%. Pour  $\varepsilon=0$ , la température sur la surface droite reste quasiment constante à la valeur froide. Alors que l'augmentation de l'émissivité réduit les températures sur la partie chauffée et la paroi adiabatique gauche aval, elle accroît celles du mur droit ainsi que celles de la surface isolée située à l'amont de la zone chauffée. On peut également noter que, pour  $\varepsilon=1$ , les températures sur les parois adiabatiques

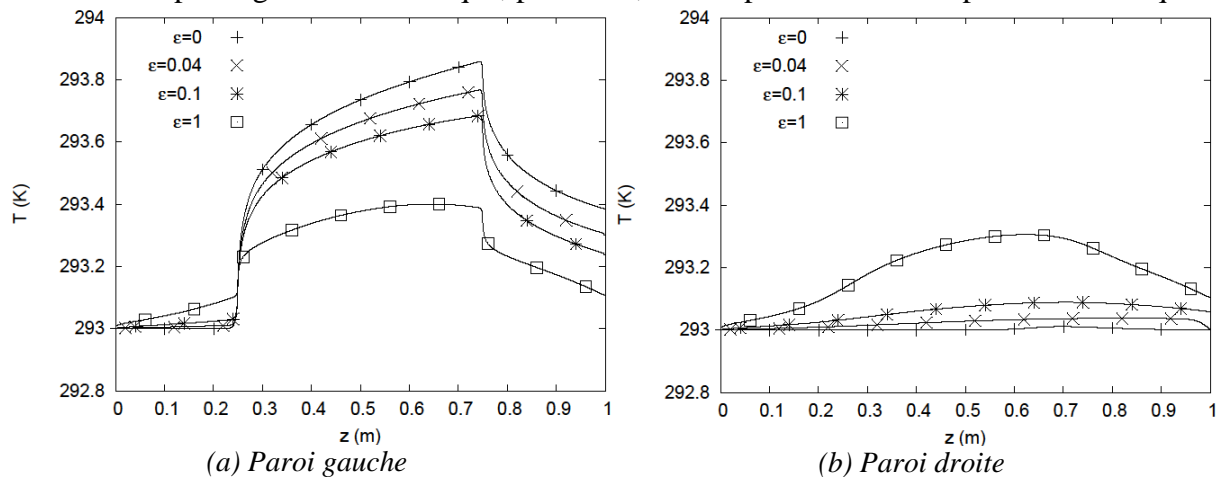


Figure 4 : Températures sur les parois verticales.

en regard sont quasi-identiques. Les figures 5a et 5b présentent les distributions de densité de flux sur les parois gauche et droite du canal. Dès que l'émissivité est non nulle ( $\varepsilon=0,04$ ), le rayonnement thermique réduit le flux de chaleur transféré au fluide au niveau de l'élément chauffant ( $0,25 \text{ m} < z < 0,75 \text{ m}$ , Fig. 5a) et le redistribue sur les parois isolées. Ce flux moyenné sur la surface chute alors de la valeur  $-1,147 \text{ W/m}^2$  ( $=-q_0$ ) à  $-0,5 \text{ W/m}^2$ . Pour  $\varepsilon=1$ , à l'exception de la partie supérieure de la paroi gauche ( $x=0$  et  $z > 0,75 \text{ m}$ , Fig. 4a) et de celle de la paroi droite ( $x=10 \text{ cm}$  et  $z > 0,85 \text{ m}$ , Fig. 4b), l'air gagne de la chaleur par conduction thermique ( $q_c < 0$ ) : les températures des parois sont donc plus élevées que le fluide ascendant dans la

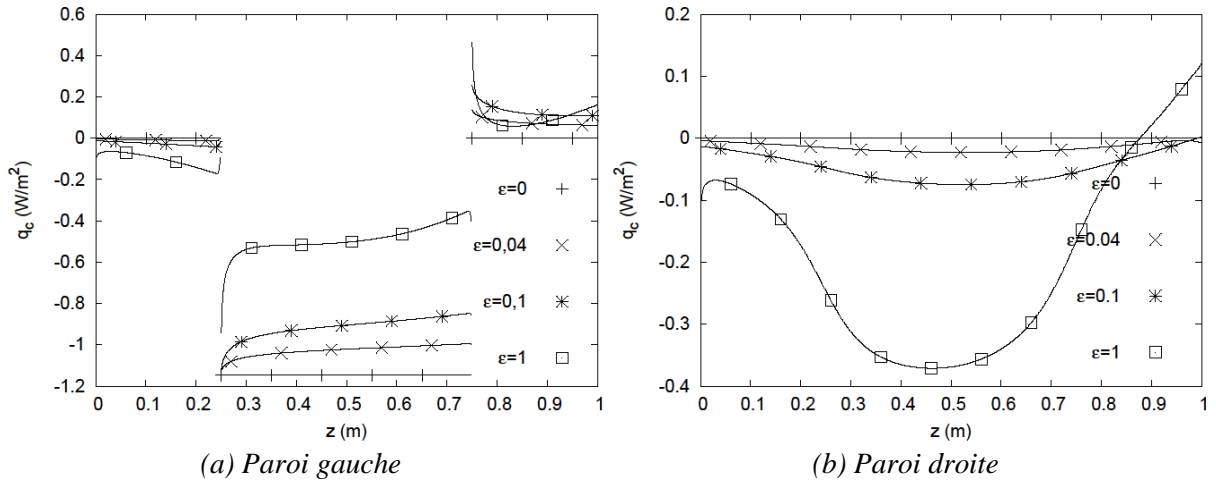


Figure 5 : Densité de flux sur les parois verticales.

couche limite dynamique. Lorsque  $q_c > 0$ , le fluide s'écoule à une température supérieure à celle des parois (voir l'inversion de pente des lignes isothermes proches de la paroi supérieure gauche isolée en Fig. 2b, pour  $\varepsilon=1$ ). Cette inversion de flux est liée à la montée d'un panache chaud proche d'une surface refroidie car située à proximité de la section de sortie à travers laquelle l'air environnant rayonne comme un corps noir à la température froide  $T_0$ .

## 4. Conclusion

L'influence de l'émissivité des parois sur la convection naturelle dans un canal vertical est étudiée numériquement [6]. Nos résultats montrent que l'écoulement est très sensible aux échanges par rayonnement entre parois. Des parois faiblement émissives modifient considérablement la structuration de l'écoulement (disparition d'une re-circulation) comme l'intensité de grandeurs moyennes (débit, flux moyens). Contrairement à une idée largement répandue, l'interaction entre les échanges par rayonnement et la convection naturelle n'est pas négligeable, même pour des écarts des températures pariétales faibles (inférieurs à  $1\text{ K}$ ). Sur la base de ces résultats, nous pouvons faire quelques remarques. Du point de vue expérimental, il semble indispensable de bien maîtriser les propriétés radiatives des surfaces, même lorsque les différences de températures restent petites. De même, les simulations numériques de convection naturelle doivent mieux intégrer la sensibilité de la topologie de l'écoulement et des transferts de chaleur au rayonnement thermique dès lors que les températures des surfaces ne sont plus régulées.

## Références

- [1] F.P. Incropera, Convection heat transfer in electronic equipment cooling, *J. Heat Transfer*, 110 (1988), 1097–1111.
- [2] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection, *Physica*, 9:1 (1942), 1–28.
- [3] A. Bar-Cohen and W. M. Rohsenow, Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates, *J. Heat Transfer*, 116 (1984), 116–123.
- [4] C.-O. Olsson, Prediction of Nusselt number and flow rate of buoyancy driven flow between vertical parallel plates, *J. Heat Transfer*, 126 (2004), 97–104.
- [5] D. Naylor, J.M. Floryan, and J.D. Tarasuk, A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates, *J. Heat Transfer*, 113 (1991), 620–626.
- [6] B.W. Webb and D.P. Hill, High Rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel, *J. Heat Transfer*, 111 (1989), 649–656.
- [7] C.M. Rhie and W.L. Chow, Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation, *AIAA J.*, 21:11 (1983), 1525–1532.