

Conditions de prise en compte de la convection de Rayleigh-Bénard dans la modélisation des transferts de chaleur et de masse au sein des caloducs tournants. Comparaison des performances de certains fluides.

Rémi BERTOSSI*, Vincent AYEL, Cyril ROMESTANT, Yves BERTIN

Institut Pprime, département Fluide, Thermique et Combustion, UPR 3346

1, avenue Clément Ader 86961 Futuroscope Chasseneuil Cedex

*remi.bertossi@let.ensma.fr

Résumé - Les caloducs tournants sont des technologies permettant d'assurer le transfert de chaleur d'une source chaude vers un point froid en utilisant l'enthalpie de changement de phase d'un fluide à l'état de saturation avec, pour élément moteur de l'écoulement du liquide, l'accélération centrifuge due à la rotation du caloduc. Un modèle a été réalisé afin de prédire les performances de ce type de technologie. On s'intéresse ici particulièrement aux critères de prise en compte de la convection de Rayleigh-Bénard susceptible d'intervenir dans les transferts thermiques au sein la couche de liquide afin de définir les zones de fonctionnement pour lesquelles elle peut être négligée. Enfin, une comparaison des performances de quatre fluides est proposée.

Nomenclature

| | | | |
|-----------------------|---|-----------------------------|---|
| a | accélération centrifuge, m/s^2 | λ | conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$ |
| g | accélération gravitationnelle, m/s^2 | ρ | masse volumique, kg/m^3 |
| h | chaleur latente, $J.kg^{-1}$ | μ | viscosité dynamique, $Pa.s$ |
| L_t | longueur totale du caloduc, m | ω | vitesse de rotation, $rad.s^{-1}/tr.min^{-1}$ |
| m | masse, kg | <i>Indices et exposants</i> | |
| \dot{m} | débit massique linéique, $kg.s^{-1}.m^{-1}$ | <i>calc</i> | calculé |
| P | pression, Pa | <i>cond</i> | condenseur |
| Q | flux de chaleur, W | <i>evap</i> | évaporateur |
| R | rayon interne du caloduc, m | <i>0</i> | initial |
| T | température, $^{\circ}C$ | <i>l</i> | liquide |
| <i>Symboles grecs</i> | | <i>sat</i> | saturation |
| α | diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$ | <i>v</i> | vapeur |
| β | coefficient d'expansion thermique, K^{-1} | <i>w</i> | paroi |
| δ | épaisseur de film liquide, m | <i>zone_adia</i> | zone adiabatique |

1. Introduction

Les caloducs tournants cylindriques sont des dispositifs diphasiques soumis à la rotation autour de leur axe longitudinal et dont la section interne est constante. Ils peuvent transférer de grandes quantités de chaleur entre une source chaude (évaporateur) et une source froide (condenseur) en utilisant l'enthalpie de changement de phase d'un fluide caloporteur, en permanence à l'état de saturation liquide/vapeur. La particularité de ce type de technologie réside dans l'utilisation de l'accélération centrifuge, due à la vitesse de rotation ω , pour assurer le retour du liquide du condenseur vers l'évaporateur.

Comme l'ensemble des caloducs, le caloduc tournant est composé de trois zones : l'évaporateur où le flux de chaleur à évacuer est injecté, la zone adiabatique caractérisée par une absence d'échange thermique avec l'extérieur et le condenseur où le flux de chaleur est

évacué. Lors de la mise en rotation, l'accélération centrifuge tend à plaquer le liquide contre la paroi interne du caloduc (figure 1); pour des valeurs assez élevées de cette dernière (on prend communément le critère $a/g > 20$), on observe une répartition annulaire du liquide sur la paroi du caloduc.

Dans les caloducs, le film de liquide est plus épais au condenseur et s'amincit progressivement jusqu'à l'évaporateur. Cette variation d'épaisseur δ , accompagnée de la force centrifuge, engendrent une différence de pression ΔP_l dans le liquide qui permet d'assurer son écoulement du condenseur vers l'évaporateur. Elle s'exprime à l'aide de la relation suivante :

$$\Delta P_l = \rho_l \omega^2 R (\delta(x = L_r) - \delta_0) \quad (1)$$

avec $L_r = 0,2$ m et $R = D/2 = 0,004$ m

A l'évaporateur, l'évaporation engendre une augmentation de pression de la phase vapeur qui provoque une différence de pression dans la vapeur le long du caloduc ($P_{v, \text{evap}} > P_{v, \text{cond}}$). Cette variation de pression constitue l'élément moteur de l'écoulement de la vapeur de l'évaporateur vers le condenseur.

Afin de décrire le comportement du fluide caloporteur et de prédire les performances des caloducs tournants, des modélisations ont précédemment été réalisées [1, 2, 3]. Les premières utilisaient le modèle de condensation en film modifié de Nusselt dans le condenseur et négligeaient les transferts de chaleur dans l'évaporateur ainsi que la variation de la quantité de fluide caloporteur introduite [1]. Cette dernière a ensuite été intégrée en modélisant les transferts à l'évaporateur où l'on tient compte de la convection naturelle et mixte [2,3].

Le modèle présenté ici a été élaboré en prenant comme base un modèle stationnaire utilisé pour modéliser la micro-région (zone d'accrochage du ménisque à la paroi) au sein de caloducs rainurés [4]. Il permet de déterminer le profil de liquide dans le caloduc ainsi que les flux de chaleur et de masse correspondant pour une masse de fluide introduite donnée et pour un profil de températures donné dans les trois zones caractéristiques du caloduc ($T_{w, \text{evap}}$, T_{sat} , $T_{w, \text{cond}}$). La principale originalité de ce modèle réside dans le fait que, contrairement à la plupart des modèles déjà existants, l'épaisseur de film de liquide n'est prise nulle ni à l'extrémité du condenseur ni à l'extrémité de l'évaporateur.

Dans cet article, nous allons d'abord présenter les hypothèses retenues et les équations mises en jeu pour aboutir à une modélisation simple. Nous rappellerons brièvement la procédure d'optimisation mise en place pour travailler à masse de fluide constante sur plusieurs plages de températures. Cette modélisation ne prend pas en compte les effets convectifs liés aux phénomènes antagonistes que sont, d'une part, la variation de la masse volumique du liquide avec la température au niveau de l'évaporateur et, d'autre part, la force centrifuge liée à la rotation du caloduc. La non prise en compte de cette convection, dite de Rayleigh-Bénard, sera argumentée dans une deuxième partie. Enfin, dans une troisième partie, seront comparées les performances de quatre fluides (acétone, ammoniac, eau et éthanol) pour différentes conditions de fonctionnement.

2. Description du modèle

Le modèle utilisé est celui décrit dans l'article [5]. Dans ce modèle, les équations de Navier-Stokes, restreintes à l'approximation de lubrification, ont été utilisées pour décrire l'écoulement liquide, laminaire, stationnaire et incompressible. De plus, les effets de tension superficielle ont été négligés et la vapeur est supposée être à l'état de saturation. Les transferts de chaleur sont supposés être monodimensionnels et se faisant uniquement par conduction,

dans la direction perpendiculaire à la paroi, l'épaisseur de la couche liquide étant faible (de l'ordre de 0,1 mm).

Avec les hypothèses formulées ci-dessus, on écrit, l'équation de bilan de quantité de mouvement pour le liquide selon x (figure 2):

$$-\frac{\partial P_l}{\partial x} + \mu_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

En intégrant la relation (2) (avec les conditions : $\partial u_l(x, \delta)/\partial y = 0$ et $u_l(x, 0) = 0$), d'une part, et en écrivant que la densité de flux de chaleur par conduction dans l'épaisseur de liquide $\delta(x)$ est égale à la densité de flux de chaleur transférée par changement de phase au niveau de l'interface liquide/vapeur d'autre part, on obtient le système d'équations adimensionnées :

$$\frac{d\hat{\delta}}{d\chi} = -\frac{3\mu_l \lambda_l (T_{w, \text{evap}} - T_{\text{sat}}) L_T}{\rho_l^2 R \omega^2 h_{lv} \delta_0^4} \cdot \frac{\hat{m}_l}{\hat{\delta}^3} \quad (3)$$

$$\frac{d\hat{m}_l}{d\chi} = -\frac{L_T (T_w - T_{\text{sat}})}{\delta_0 (T_{w, \text{evap}} - T_{\text{sat}})} \cdot \frac{1}{\hat{\delta}} \quad (4)$$

avec $\chi = x/L_T$; $\hat{\delta} = \delta/\delta_0$ et $\hat{m}_l = \dot{m}_l h_{lv} / \lambda_l (T_{w, \text{evap}} - T_{\text{sat}})$. Ainsi, en $\chi = 0$, $\hat{\delta}$ et \hat{m}_l sont respectivement égaux à 1 et 0. Une fois la géométrie, les propriétés du fluide et les températures ($T_{w, \text{evap}}$ et T_{sat}) fixées, une procédure d'optimisation permet d'adapter δ_0 , l'épaisseur de film en début d'évaporateur et $T_{w, \text{cond}}$, la température de paroi au condenseur, pour satisfaire, d'une part, à la condition de conservation du flux $Q(x = L_T) = 0$ et, d'autre part, à la condition de masse de fluide imposée $m_{\text{calc}} = m_0$. m_{calc} désigne la masse calculée par le modèle à partir du profil d'épaisseur de couche liquide le long du caloduc $\delta(x)$ et m_0 la masse de fluide indiquée par l'utilisateur. Cette procédure d'optimisation est appelée optimisation par *essaim de particules* [6]. On estime que la convergence du calcul est atteinte lorsque le critère suivant est vérifié : $(Q(x = L_T)/Q_{\text{zone_adia}})^2 + ((m_0 - m_{\text{calc}})/m_0)^2 \leq 10^{-8}$.

Les valeurs de δ_0 et $T_{w, \text{cond}}$ déterminées, elles serviront de données d'entrée au calcul. Le système (3-4) est alors résolu en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

3. Conditions de non prise en compte de la convection de Rayleigh-Bénard

A l'évaporateur, le liquide est soumis à deux forces opposées le long de l'axe y (figure 2) : d'une part, la variation de température le long du film liquide, entre la paroi et la surface libre ($\Delta T_{\text{evap}} = T_{w, \text{evap}} - T_{\text{sat}} > 0$), entraîne une variation de ρ_l qui tend à faire déplacer le liquide de la paroi vers la surface libre ; d'autre part, la force centrifuge tend à plaquer le liquide sur la paroi du caloduc. Ces deux effets antagonistes peuvent faire apparaître des structures tourbillonnaires qui auraient tendance à améliorer les transferts thermiques par convection naturelle, connue sous le nom de convection de Rayleigh-Bénard. Afin de la caractériser, le nombre de Rayleigh peut être utilisé, défini par l'expression suivante dans le cas où le terme d'accélération de la pesanteur est remplacé par le terme d'accélération centrifuge :

$$Ra = \frac{\beta \rho_l (R \omega^2) \Delta T \delta^3}{\mu_l \alpha_l} \quad (5)$$

Un nombre de Rayleigh critique Ra_c peut alors être utilisé, en-dessous duquel, on considère qu'il n'y a pas de convection de Rayleigh-Bénard.

Pour des surfaces libres, sans circulation longitudinale de fluide imposée et sans évaporation du liquide, Zierp et Oertel Jr. [7] proposent une valeur de Ra_c égale à 1101. Par ailleurs, Song et Ewing [8], considérant l'évaporation d'un fluide au repos, ont déterminé une valeur de Ra_c égale à 400. Cette dernière valeur est difficilement appropriée à notre cas puisqu'elle relève d'un processus instationnaire. De plus, on peut penser que la circulation longitudinale de fluide a tendance à atténuer les tourbillons convectifs de Rayleigh-Bénard. Cette idée est d'ailleurs confirmée par Nicolas [9] qui a mené une étude bibliographique complète sur le sujet. Par conséquent, dans notre étude, nous avons choisi, arbitrairement, une valeur de Ra_c égale à 1101. Ce choix peut être discutable mais, devant l'absence de renseignements complémentaires, il permet de donner un premier ordre d'idée des cas où la convection de Rayleigh-Bénard peut être négligée.

En utilisant cette valeur de nombre de Rayleigh critique, une étude paramétrique a été menée, en faisant varier T_{sat} , $\Delta T = T_{w,évap} - T_{sat}$, la vitesse de rotation ω et la masse de fluide injecté m_0 , pour connaître les conditions de fonctionnement pour lesquelles la convection de Rayleigh-Bénard est négligeable. Les résultats obtenus pour $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$, en utilisant l'eau comme fluide caloporteur, sont répertoriés dans le tableau 1. On peut observer que la convection de Rayleigh-Bénard se déclenche pour les plus grandes valeurs de ΔT et pour les plus grandes valeurs de masses. On remarque aussi que pour $\omega = 1500$ tr/min, selon nos critères, les phénomènes convectifs peuvent ne pas être pris en compte.

| ω | 1500 tr.min ⁻¹ | | | | | 3000 tr.min ⁻¹ | | | | | 6000 tr.min ⁻¹ | | | | |
|----------|---------------------------|---|---|----|----|---------------------------|---|---|----|----|---------------------------|---|---|----|----|
| | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| m<0,8g | o | o | - | - | - | o | o | o | o | - | o | o | o | o | o |
| m=0,8g | o | o | - | - | - | o | o | o | o | - | o | o | o | o | x |
| m=0,9g | o | o | o | - | - | o | o | o | o | o | o | o | o | x | x |
| m=1g | o | o | o | - | - | o | o | o | o | o | o | o | o | x | x |
| m=1,1g | o | o | o | o | - | o | o | o | o | x | o | o | x | x | x |
| m=1,2g | o | o | o | o | o | o | o | o | o | x | o | o | x | x | x |
| m=1,3g | o | o | o | o | o | o | o | o | x | x | o | o | x | x | x |
| m=1,4g | o | o | o | o | o | o | o | o | x | x | o | x | x | x | x |
| m=1,5g | o | o | o | o | o | o | o | o | x | x | o | x | x | x | x |

o pas de convection de Rayleigh-Bénard

x possibilité de convection de Rayleigh-Bénard

Tableau 1 : Prise en compte de la convection de Rayleigh-Bénard pour $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$

Dans le tableau 1, le signe « - » fait référence à des calculs qui n'ont pas pu être effectués du fait de la trop faible masse considérée pour les conditions de fonctionnement spécifiées. Ceci provient du fait que, pour ces conditions, la masse de fluide est trop faible pour assurer l'équilibre entre différence de pression et quantité de fluide dans le caloduc.

4. Comparaison des performances des fluides

Dans cette partie, les performances de quatre fluides (eau, ammoniac, méthanol et acétone) sont comparées, pour $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$ et $\omega = 3000$ tr.min⁻¹. La figure 3 montre l'évolution du flux de chaleur Q en fonction de ΔT pour ces quatre fluides, pour une masse de 1 g. On

remarque que l'eau est le fluide le plus performant pour une masse donnée, et ce, pour toutes les valeurs de ΔT . Ce comportement peut être facilement expliqué en comparant les rapports $\tilde{\delta}/\lambda_l$ pour cette masse. Les valeurs de l'épaisseur moyenne du film liquide sont différentes pour les quatre fluides car elles dépendent fortement des valeurs des masses volumiques de la vapeur et du liquide pour $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$. De plus, selon les fluides, la valeur de la conductivité thermique du liquide est évidemment aussi différente pour cette température de référence. On obtient alors une valeur moyenne de la résistance thermique $\tilde{\delta}/\lambda_l$ plus faible pour l'eau que pour les autres fluides, ce qui explique les évolutions observées sur la figure 3.

La figure 4-a montre, pour les quatre fluides, l'évolution de la masse minimale qui peut être introduite dans le caloduc en fonction de ΔT . Cette masse correspond au remplissage en-dessous duquel il y a risque d'assèchement du caloduc. Cette masse, qui induit donc une épaisseur de film de liquide faible, correspond, en termes d'échanges thermiques, aux performances maximales du caloduc. L'évolution des flux de chaleur Q_{max} associés à ce remplissage est visible sur la figure 4-b. La figure 4-a montre aussi de grandes différences concernant les valeurs de masses minimales qui peuvent être introduites dans le caloduc : ceci est dû aux valeurs des propriétés thermophysiques des différents fluides à $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$. Sur la figure 4-b, en termes de flux de chaleur maximal, on peut voir que l'eau reste le fluide le plus performant tandis que l'acétone est toujours le moins bon. Par contre, le méthanol et l'ammoniac présentent des caractéristiques d'échange quasi similaires.

5. Conclusion

Le modèle développé ici permet de rendre compte des transferts de masse et de chaleur dans un caloduc tournant pour des conditions de température données. Une étude paramétrique portant sur la convection de Rayleigh-Bénard a permis de justifier un aspect de la modélisation concernant les échanges thermiques. Enfin, pour différentes masses de fluide introduites dans le caloduc et pour différentes valeurs de différences de température entre la paroi de l'évaporateur et la vapeur, les performances de plusieurs fluides ont été comparées. Il en résulte que l'eau reste toujours le fluide le plus performant en termes de flux échangé. Viennent ensuite, l'ammoniac, le méthanol puis l'acétone.

Références

- [1] T.C. Daniels, F.K. Al-Jumaily, Investigations of the factors affecting the performance of a rotating heat pipe, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18 (1974), 961-973.
- [2] H.M. Li, C.Y. Liu, M. Damodaran, Analytical study of the flow and heat transfer in a rotating heat pipe, *Heat Recover. Syst. CHP*, 63 (2) (1993) 115-122.
- [3] F. Song, D. Ewing, C.Y. Ching, Fluid Flow and heat transfer model for high-speed rotating heat pipes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46 (2003) 4393-4401.
- [4] R. Bertossi, Z. Lataoui, V. Ayel, C. Romestant, and Y. Bertin. Modeling of thin liquid film in grooved heat pipes, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 55 (2009) 1075-1095.
- [5] R. Bertossi, N. Guilhem, M. Girault, V. Ayel, Y. Bertin, Modélisation des transferts de masse et de chaleur dans un caloduc tournant, *Congrès SFT (Vannes, SFT 2009)*, 303-307.
- [6] M. Clerc, *L'optimisation par essais particuliers*, Hermes Science Publications (2005).
- [7] H. Oertel jr., J. Zierep, *Convective Transport and Instability Phenomena*, Braun (1982).
- [8] F. Song, D. Ewing, C.Y. Ching, Heat transfer in the evaporator section of moderate-speed rotating heat pipes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 51 (2008) 1542-1550.

- [9] X. Nicolas, Revue bibliographique sur les écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Benard : écoulements de convection mixte en conduites rectangulaires horizontales chauffées par le bas, *Int J. Thermal Sciences*, 41 (2002) 961-1016.

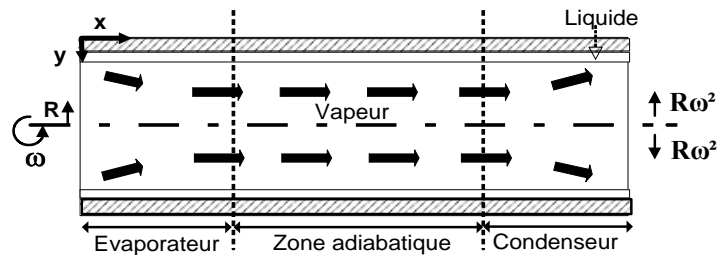


Figure 1 : Schéma de principe du caloduc tournant cylindrique

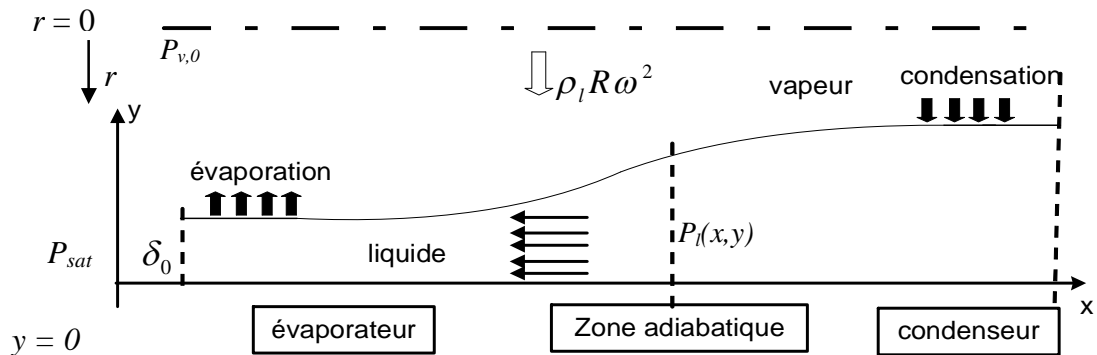


Figure 2 : Evolution du film liquide le long du caloduc

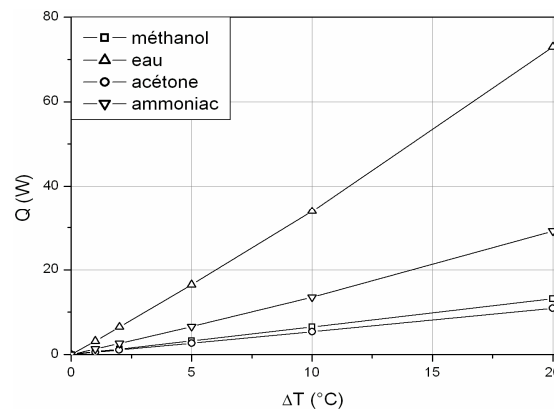


Figure 3: Evolution du flux de Q en fonction de ΔT ($\omega = 3000$ tr/min, $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$, $m = 1$ g)

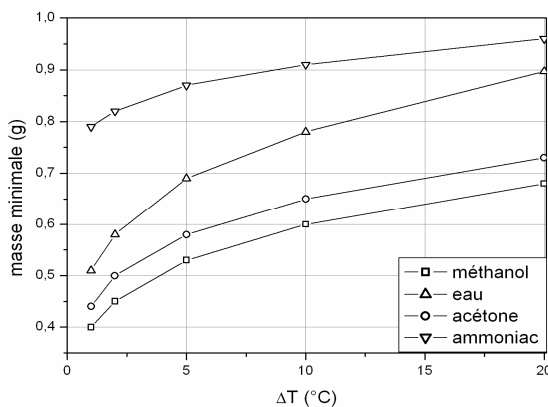


Figure 4-a: Comparaison des masses minimales en fonction de ΔT ($\omega = 3000$ tr/min, $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$)

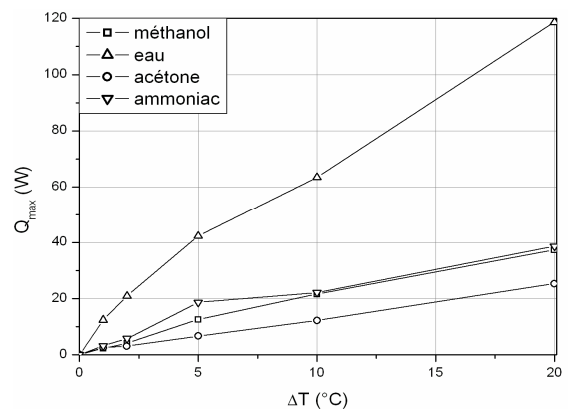


Figure 4-b : Comparaison de Q_{max} en fonction de ΔT ($\omega = 3000$ tr/min, $T_{sat} = 100^\circ\text{C}$)