

Convection naturelle à travers un arrangement de couches d'air et de matériau poreux entre deux cylindres horizontaux et coaxiaux

Mebrouk AIT SAADA^{1,*}, Salah CHIKH¹, Antonio CAMPO²

¹Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés, USTHB
B.P.32, El Alia, Bab Ezzouar 16111, Algérie

²Department of Mechanical Engineering, University of Vermont
Burlington, VT 05405, USA

*(auteur correspondant : m_aitsaada@yahoo.fr)

Résumé - L'optimisation du transfert de chaleur par convection naturelle 2D dans un espace annulaire horizontal, concentrique et partiellement poreux est étudiée numériquement par une approche basée sur la méthode des volumes finis. L'utilisation simultanée d'air et de matériaux poreux permet une amélioration de l'efficacité de l'isolation thermique. Les résultats numériques ont montré que cette efficacité est meilleure en insérant un gap d'air stagnant autour du cylindre intérieur. Pour une utilisation réduite de la matière isolante, une couche poreuse mince ou d'une épaisseur modérée placée au milieu de l'espace annulaire induit une diminution maximale des effets convectifs.

Nomenclature

Da	nombre de Darcy, $K/(\varepsilon r_i^2)$	R_c	rapport de conductivité thermique, k_{eff}/k
P'	pression, N/m ²	T	température, °K
Pr	nombre de Prandtl, ν/α	u', v'	composantes de la vitesse, m/s
Q	flux de chaleur total adimensionnel	r', φ	coordonnées cylindriques, m et rd
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta(T_{ch} - T_{fr})r_i^3/(\nu\alpha)$	f, p	fluide, poreux

1. Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire horizontale a fait l'objet de nombreux travaux numériques et expérimentaux. Caltagirone [1] est le premier à étudier la convection 2D et 3D dans une couche annulaire poreuse. Charrier-Mojtabi et al. [2] ont montré l'existence d'un écoulement 2D stable mono ou bicellulaire pour une même valeur du nombre de Rayleigh modifié. Barbosa Mota et Saadjan [3,4] ont mis en évidence ce comportement hystérésis pour un rapport de rayon $R > 1.7$. De plus, des régimes d'écoulement multicellulaire sont progressivement obtenus en augmentant le nombre de Rayleigh modifié pour $R < 1.7$. Powe et al. [5] ont élaboré une carte de classification des régimes d'écoulement dans un espace annulaire purement fluide. Pour les espaces annulaires partiellement poreux, il n'existe dans la littérature que quelques rares études comme celle de Aldos et al. [6] et celle de Leong et Lai [7]. Les résultats numériques de Aldos et al. ont montré que l'insertion d'une couche poreuse autour du cylindre extérieur permet une plus grande réduction du transfert de chaleur comparativement au cas d'une couche poreuse placée autour du cylindre intérieur.

Dans ce travail, on s'intéresse au contrôle du transfert de chaleur par convection naturelle 2D, laminaire et stationnaire entre deux cylindres horizontaux et coaxiaux par

l'utilisation simultanée de l'air et d'un matériau poreux. Le cylindre intérieur est de rayon r_i et à température uniforme T_{ch} , tandis que le cylindre extérieur est de rayon r_e et à température uniforme T_{fr} ($R=r_e/r_i=2$ et $T_{ch} > T_{fr}$). Le domaine d'étude, indiqué sur la figure 1, est constitué d'arrangements air-poreux sous forme de couches annulaires d'épaisseur uniforme. Les différentes dispositions de ces couches sont notées (1), (2), (3) et (4). La couche d'air est d'épaisseur e_a , tandis que la couche poreuse saturée est d'épaisseur e_p , de porosité ε , de perméabilité K et de conductivité thermique effective k_{eff} . L'interface entre le milieu poreux et le milieu fluide est perméable. Le fluide, air, est de densité ρ , de coefficient de dilatation thermique β , de diffusivité thermique α et de viscosité cinématique ν . L'objectif de cette étude est de déterminer en fonction de la position du gap d'air, la combinaison air-poreux appropriée pour une meilleure performance de l'isolation thermique par rapport au cas de référence d'un espace annulaire totalement poreux.

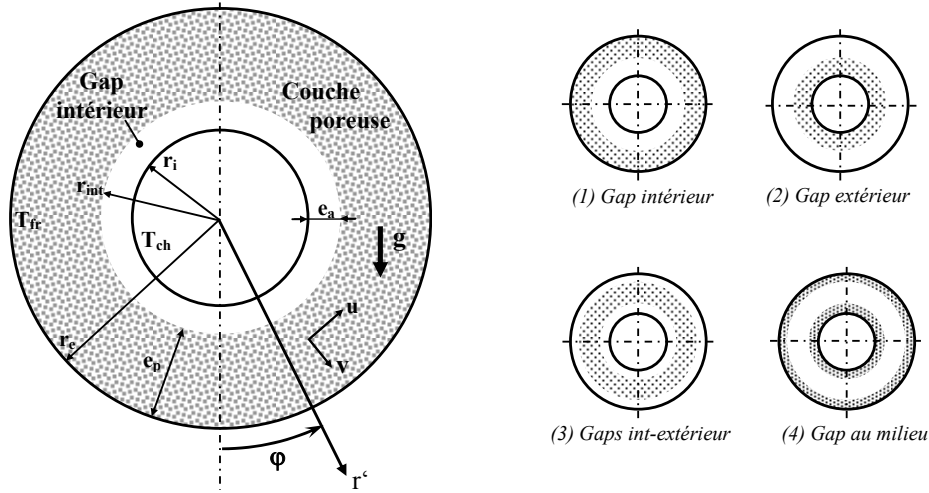


Figure 1: *Domaine d'étude.*

2. Formulation mathématique

L'écoulement et le transfert de chaleur sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le milieu poreux homogène et isotrope est supposé en équilibre thermique local. Un modèle non Darcien est considéré pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux [8]. En adoptant l'approximation de Boussinesq, les équations gouvernantes adimensionnelles sont écrites en coordonnées cylindriques de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r}(r v) + \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r v v - Pr r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(u v - Pr \frac{\partial v}{r \partial \varphi} \right) = -r \frac{\partial P}{\partial r} - Ra Pr \theta \cos(\varphi) r + \frac{u^2}{r} r - Pr \left(\frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) r - \frac{Pr}{Da} v r \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r v u - Pr r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(u u - Pr \frac{\partial u}{r \partial \varphi} \right) = -r \frac{\partial P}{r \partial \varphi} + Ra Pr \theta \sin(\varphi) r - \frac{v u}{r} r - Pr \left(\frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) r - \frac{Pr}{Da} u r \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r v \theta - R_c r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(u \theta - R_c \frac{\partial \theta}{r \partial \varphi} \right) = 0 \quad (4)$$

Les variables adimensionnelles sont définies par :

$$r = r' / r_i, u = u' / (\alpha / r_i), v = v' / (\alpha / r_i), P = P' / \rho (\alpha / r_i)^2, \theta = (T - T_{fr}) / (T_{ch} - T_{fr})$$

Des nombres adimensionnels apparaissent et constituent les principaux paramètres du problème, à savoir: $Ra = g\beta(T_{ch} - T_{fr})r_i^3 / (\nu\alpha)$, $Pr = \nu / \alpha$, $Da = K / (\varepsilon r_i^2)$, $R_c = k_{eff} / k$, ainsi que l'épaisseur du gap d'air $e_a^* = e_a / r_i$ et l'épaisseur de la couche poreuse $e_p^* = R - 1 - e_a^*$. Dans la région fluide, on a : $Da \rightarrow \infty$ et $R_c = 1$.

La moitié de l'espace est considérée comme domaine d'étude ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$). Les conditions aux limites appliquées sont des conditions d'adhérence et de températures imposées aux parois cylindriques ainsi que des conditions de symétrie sur l'axe vertical des cylindres [2,3,6]. A l'interface air-poreux, il faut vérifier en plus les conditions de continuité de la vitesse, de la pression, de la température, de la contrainte mécanique et du flux de chaleur.

Pour une quantification locale des pertes thermiques, la densité du flux de chaleur est déterminée par :

$$q_i = - \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=1} \quad (5 a)$$

Le cylindre intérieur est dans ce cas sans contact avec le matériau poreux. En régime de conduction thermique, cette densité est donnée par :

$$q_{i,CD} = \frac{R_c}{\ln \left[R (1 + e_a^*)^{R_c - 1} \right]} \quad (5 b)$$

Le rapport $q_i / q_{i,cond}$ est le nombre de Nusselt local dont la moyenne \overline{Nu} autour du cylindre intérieur évalue globalement les effets de convection par rapport aux effets de conduction. Le quantité de chaleur total échangé entre les cylindres est obtenue par:

$$Q = -2 \int_0^\pi \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=1} d\varphi \quad \text{pour les cas (1) et (3)} \quad \text{et} \quad Q = -2 R_c \int_0^\pi \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=1} d\varphi \quad \text{pour les cas (2) et (4)} \quad (6)$$

3. Procédure numérique

Les équations régissant l'écoulement sont discrétisées par la méthode des volumes finis en considérant des maillages de 200×200 nœuds. L'algorithme SIMPLE est adopté pour traiter le couplage vitesse-pression [9]. Le schéma PLDS (Power Law Differencing Scheme) est utilisé pour la discrétisation des termes de convection et de diffusion. Les systèmes d'équations algébriques obtenus sont résolus par la combinaison de l'algorithme de Thomas et la méthode de Gauss-Seidel. Le critère de convergence du processus itératif est atteint lorsque l'erreur maximale sur u^* , v^* et θ est inférieure à 10^{-5} et le résidu massique de l'équation de continuité est inférieure à 10^{-10} . La figure 2 représente l'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh modifié Ra^* ($Ra^* = Ra Da / R_c$) pour le cas d'un espace annulaire totalement poreux. Les effets non Darcien sont négligés aux faibles perméabilités ($Da < 10^{-8}$). Les estimations de \overline{Nu} sont en bon accord avec les résultats numériques de Mota and Saadjan [4] (moins de 3% de différence). Par contre, des écarts relatifs de plus 10% par rapport aux mesures de Caltagirone [1] sont relevés dans la plage $Ra^* > 100$. Ces écarts sont attribués aux effets de l'écoulement 3D qui peuvent

apparaître en haut de l'espace annulaire [1,5] et qui ne sont pas pris en compte par le modèle 2D de la présente étude.

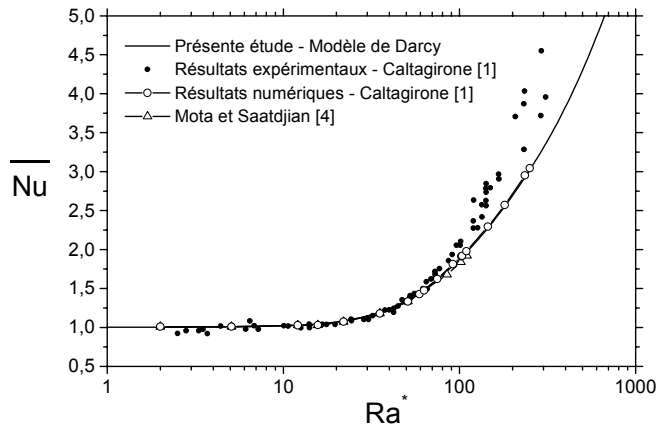


Figure 2 Comparaison avec les résultats de Caltagirone [1] et ceux de Mota et Saadjan [4] ($R = 2$).

3. Résultats et discussion

Les résultats numériques obtenus correspondent à $R = 2$, $Ra = 10^6$, $1 \leq R_c \leq 100$ et $Da=10^{-8}$. La figure 3 représente des distributions de lignes de courant et d'isothermes pour $R_c = 2$. L'insertion d'un gap d'air engendre la naissance de la convection thermique qui croît avec l'épaisseur e_a^* . La couche poreuse constitue une forte résistance dynamique à l'écoulement en raison des effets Darcien qui atténuent l'influence de la poussée thermique. L'écoulement est limité principalement dans la région fluide. Pour un gap mince ($e_a^* = 0.1$), l'air est en faible mouvement et peut être considéré comme étant stagnant. Le transfert de chaleur s'effectue par mode de conduction thermique.

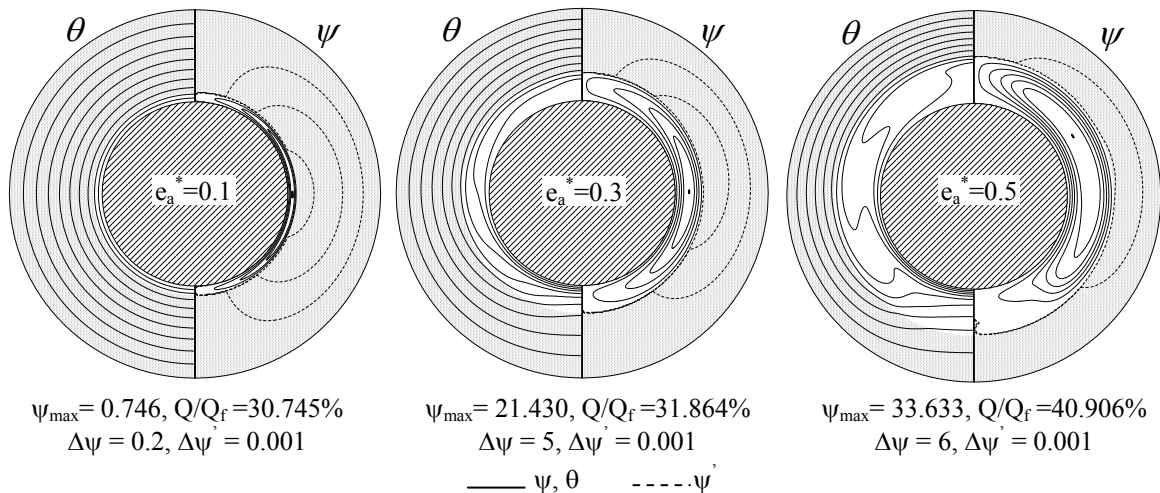


Figure 3 : Distribution des lignes de courant et des isothermes (gap d'air intérieur, $R_c = 2$).

L'évolution de la quantité de chaleur totale, échangée entre les cylindres, en fonction de l'épaisseur et de la position du gap d'air est représentée sur la figure 4 ($R_c = 1.5$). Il existe un point correspondant à un flux de chaleur total minimal et un autre à un flux identique à celui obtenu à travers un espace annulaire totalement poreux. En régime de conduction dominante (gap mince), le transfert de chaleur augmente avec l'élargissement du rayon moyen du gap d'air stagnant, ce qui réduit la résistance thermique totale du système pour $R_c > 1$. Néanmoins, la disposition d'une couche poreuse entre deux demi-couches d'air impose plus de résistance à l'échange thermique qu'une couche d'air placée entre deux demi-

couches poreuses. En régime de convection, même si le gap inséré est large, les effets convectifs sont d'une faible influence pour le cas d'une couche poreuse médiane. Pour les autres configurations, la résistance thermique de la région poreuse augmente en passant du cas d'un gap intérieur à celui d'un gap au milieu et enfin au cas d'un gap extérieur.

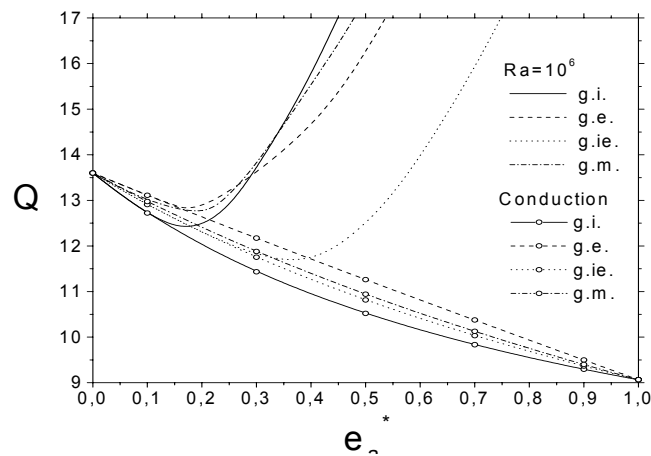


Figure 4 : Influence de la position du gap d'air sur la variation de Q en fonction de e_a^* ($R_c = 1.5$).

La figure 5 représente l'influence du rapport de conductivité thermique sur les contributions de la conduction et de la convection dans le transfert de chaleur global. Ces contributions suivent des évolutions croissantes jusqu'à des limites asymptotiques aux grandes valeurs de R_c et des évolutions dans des sens opposés en fonction de l'épaisseur e_a^* . Sous l'effet de l'augmentation du rayon moyen du gap d'air d'une épaisseur de 0.5 ou 0.9 (gap intérieur, gap au milieu et gap extérieur), le flux de chaleur par convection pure subit une variation dépendante de R_c . Cette variation est décroissante sous l'effet de la position du gap pour R_c inférieur à une certaine limite, alors qu'elle est croissante au-delà.

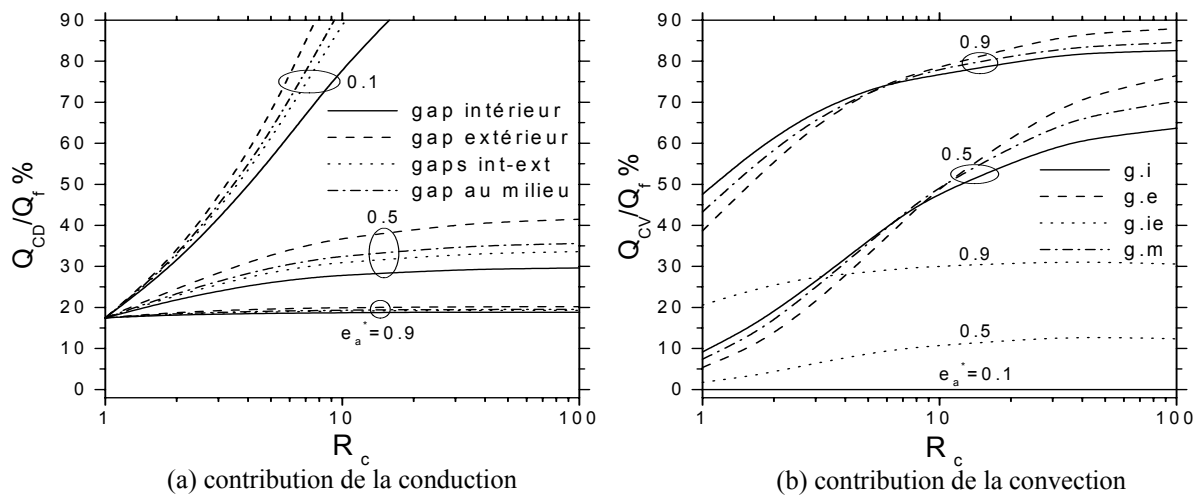


Figure 5. Contributions de la conduction et de la convection dans le transfert de chaleur.

En terme de transfert de chaleur global, la figure 6 montre qu'en dessous d'une certaine valeur de R_c (3 pour $e_a^* = 0.5$ et 5 pour $e_a^* = 0.9$), la quantité de chaleur totale à travers un domaine avec un gap intérieur est plus grande que celle à travers un domaine avec un gap au milieu, laquelle est plus grande que celle à travers un domaine avec un gap extérieur. Aux grandes valeurs de R_c , l'usage d'un revêtement poreux pour éliminer le développement de couches limites n'a pas pour effet de réduire l'échange de chaleur en bas du cylindre intérieur comme pour le cas précédent, mais au contraire de l'améliorer. Dans ce cas, le flux de chaleur total à travers le domaine partiellement poreux est fortement dépendant des surfaces d'échange de chaleur par convection naturelle dans la région fluide.

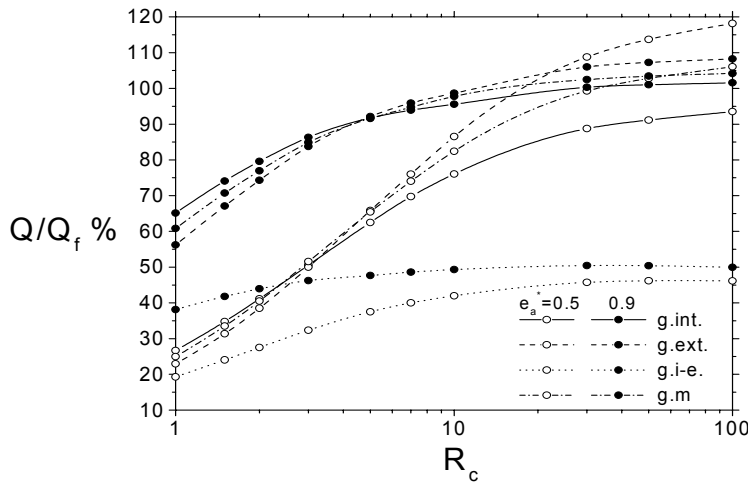


Figure 6 : Influence de la position du gap d'air sur la variation de Q en fonction de R_c .

4. Conclusion

La convection naturelle entre deux cylindres horizontaux et coaxiaux en présence d'air et d'un matériau poreux est étudiée. Les résultats numériques ont montré qu'en régime de conduction dominante, une répartition appropriée des milieux air-poreux peut mener à une meilleure isolation thermique aux faibles valeurs de R_c ($1 \leq R_c \leq 3$). Ce résultat est obtenu en interposant une couche d'air stagnant entre le cylindre intérieur chaud et l'anneau isolant placé autour du cylindre extérieur froid. Pour des gaps d'air épais, l'isolation thermique est plus efficace en réduisant au maximum les effets convectifs par l'utilisation d'une couche poreuse médiane sans contact avec les parois cylindriques.

Références

- [1] J.P. Caltagirone, Thermoconvective instabilities in a porous medium bounded by two concentric horizontal cylinders, *J. Fluid Mech.*, 76 (1976) 337-362.
- [2] M.C. Charrier-Mojtabi, A. Mojtabi, M. Azalez and G. Larosse, Numerical and experimental study of multicellular free convection flows in an annular porous layer, *International journal of heat Mass Transfer*, 34 (1991), 3061-74.
- [3] J.P. Barbosa Mota and E. Saadjan, Natural convection in a porous horizontal cylindrical annulus, *ASME Journal of Heat Transfer*, 116 (1994) 621-626.
- [4] J.P. Barbosa Mota and E. Saadjan, Natural convection in a porous cylindrical annuli, *International journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 5 (1995) 3-12.
- [5] R.E. Powe, C.T. Carely, and E.H. Boshop, Free convective flow patterns in cylindrical annuli, *J. Heat Transfer*, 91 (1969) 310-314.
- [6] T.K. Aldoss, M. Alkam and M. Shatarah, Natural convection from a horizontal annulus partially filled with porous medium, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 31 (2004) 441-452.
- [7] J.C. Leong and F.C. Lai, Natural convection in a concentric annulus with a porous sleeve, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 49 (2006) 3016-3027.
- [8] K. Vafai and C.L. Tien, Boundary and inertia effects on convective heat transfer in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34 (1981), 195-203.
- [9] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, *McGrawHill, Hemisphere*, W, D.C, (1980).