

Etude numérique de l'écoulement en aval d'une marche descendante en convection mixte

Héctor BARRIOS*, Stéphane VIAZZO, Claude REY

Laboratoire M2P2, UMR 6181 CNRS - Universités d'Aix-Marseille
Technopôle Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie, 13451 Marseille – France
*(auteur correspondant : bphhector@L3m.univ-mrs.fr)

Résumé – L'objectif de ce travail est d'étudier quantitativement les différents régimes présents dans le cas d'un écoulement de convection mixte en aval d'une marche descendante à l'aide de simulations bidimensionnelles. Les gammes de nombres de Grashof et de Reynolds considérées sont respectivement de $4,11 \times 10^4 \leq Gr \leq 2,72 \times 10^5$ et $202,8 \leq Re \leq 521,3$. Il apparaît que l'écoulement est stationnaire lorsque ΔT est inférieur à 4,35 K, puis est périodique jusqu'à 5,5 K. Au-delà de cette valeur, il devient apériodique. La transition vers le chaos s'opère ici par dédoublements de période.

Nomenclature

c_p	chaleur massique à pression constante, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	N	nombre de points du portrait de phase
c_v	chaleur massique à volume constant, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Pr	nombre de Prandtl = $\mu c_p \kappa^{-1} = 0,71$
d	dimension fractionnaire	r	constante universelle des gaz parfaits $= 287 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
f	fréquence, Hz	Re	nombre de Reynolds = $u_{deb} s \nu^{-1}$
f_0	fréquence fondamentale, Hz	T	température, K
g	gravité, $m \cdot s^{-2}$	T_c	température de la base du canal, K
n	dimension de plongement	T_∞	température caractéristique du fluide, K
p	pression, Pa	<i>Symboles grec</i>	
q_i	densité de flux de chaleur $= -\kappa(\partial T / \partial x_i)$	β	coefficient de dilatation volumique, K^{-1}
s	hauteur de la marche, m	γ	$= c_p / c_v = 1,4$
u_{deb}	vitesse débitante, $m \cdot s^{-1}$	κ	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
u_i	composante de la vitesse dans la direction x_i , $m \cdot s^{-1}$	μ	viscosité dynamique, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
DSP	densité spectrale	ν	viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
ER	rapport d'expansion = $H / (H - s)$	ρ	masse volumique du fluide, $kg \cdot m^{-3}$
Gr	nombre de Grashof = $g \beta \Delta T s^3 \nu^{-2}$	τ_{ij}	tenseur de contraintes
H	hauteur du canal, m	ΔT	$= T_c - T_\infty$, K
L	longueur du canal, m		

1. Introduction

L'écoulement en aval d'une marche descendante joue un rôle important dans l'optimisation d'une grande variété d'applications industrielles, requérant le chauffage ou le refroidissement d'une ou plusieurs parois. Ces transferts de chaleur apparaissent entre autre dans les systèmes électroniques, les chambres de combustion ou en génie des procédés. Si le problème de l'écoulement en aval d'une marche descendante en convection naturelle, mixte et forcée a été largement étudié en régime stationnaire, peu de travaux existent en régime de convection mixte instationnaire. Une série de travaux [1-4] caractérise l'écoulement en aval d'une marche bidimensionnelle soumis à des transferts thermiques en régime stationnaire. Les

études de [5] et [6] traitent du cas instationnaire laminaire bidimensionnel en imposant des conditions d'entrée pulsées, cependant les mécanismes thermiques générés par la convection naturelle sont très faibles. Quelques applications tridimensionnelles sont reportées dans la littérature [7-9], mais dans ces études l'écoulement reste stationnaire et le mode de convection forcée est prédominant. Ainsi, dans ce travail on s'intéresse à l'étude quantitative de l'écoulement *instationnaire de convection mixte*, où la transition vers un régime chaotique est précisée au moyen d'une analyse spectrale de la température.

2. Modèle géométrique, mathématique et méthode numérique

La figure 1 présente le schéma du problème traité. Il s'agit d'un canal bidimensionnel où il existe un élargissement brusque de la section à l'entrée avec $ER = 2$ ($s = 4 \text{ cm}$ et $H = 2s$). La longueur L est définie aussi en fonction de s et, généralement, elle doit être suffisamment grande afin de visualiser tous les phénomènes de recirculation provoqués par l'influence de la marche. On se place dans le cadre de la convection mixte où le rapport $Gr/Re^2 = 1$. Dans cette étude, le nombre de Grashof (Gr) et le nombre de Reynolds (Re) sont définis en fonction de s , car on s'intéresse principalement aux effets induits par la présence de la marche.

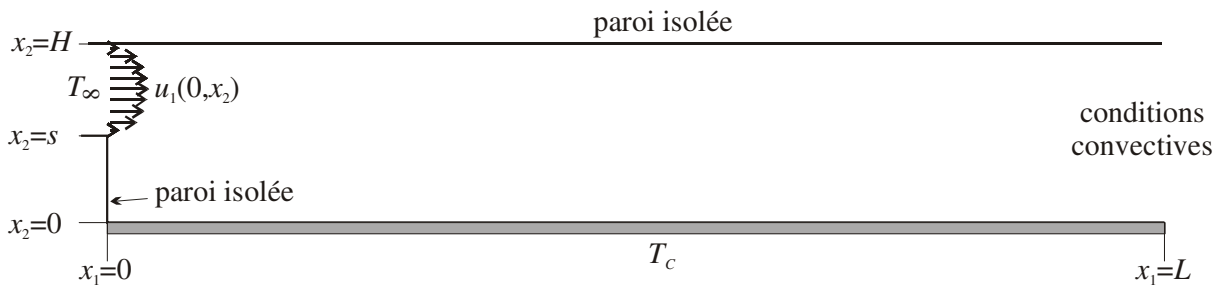


Figure 1 : Configuration géométrique.

Les équations compressibles dimensionnelles de Navier-Stokes sont appropriées. L'équation de conservation de la masse (1), les équations de conservation de la quantité de mouvement (2) et l'équation de conservation de l'énergie (3) sont résolues sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g \delta_{i2}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = -\frac{rT}{c_v} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\gamma}{\rho c_p} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (3)$$

où $\tau_{ij} = \mu[(\partial u_i / \partial x_j) + (\partial u_j / \partial x_i) - (2/3)\delta_{ij}(\partial u_k / \partial x_k)]$. L'effet de la dissipation visqueuse dans l'équation de conservation de l'énergie est négligé et la loi d'état des gaz parfaits est utilisée comme :

$$p = \rho RT. \quad (4)$$

La résolution des équations discrètes repose sur une formulation implicite basée sur l'approche temporelle proposée dans [10]. Afin de déterminer la pression, une équation du type Helmholtz est dérivée du couplage entre les équations de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement. L'algorithme est basé sur une formulation aux différences finies du second ordre sur une grille décalée. Le jeu d'équations est résolu en utilisant une procédure itérative prédicteur-correcteur à chaque pas de temps. Lors de l'étape de prédiction, les équations de quantité de mouvement (2) et de l'énergie (3) sont avancées au moyen d'un schéma implicite de Crank-Nicolson pour les termes d'advection/convection et de diffusion. Le terme de pression dans l'équation de l'énergie (3) est traité de façon implicite. La solution numérique de l'équation d'Helmholtz est obtenue à l'aide d'un solveur Multigrille (cycles en V) basé sur une relaxation ILU de type SIP (Strong Implicit Procedure).

3. Résultats et discussion

Le tableau 1 montre les écarts de température imposés pour chaque simulation ainsi que les nombres de Grashof et de Reynolds correspondants. La longueur L vaut $30s$, sauf dans S10 où elle est égale à $17,5s$. Le maillage adopté comprend 420×67 points et est fortement resserré près des parois et dans la zone de cisaillement. Un profil parabolique de vitesse sous la forme $u_1(0, s \leq x_2 \leq H) = -6u_{deb}(x_2^2 s^{-1} + 2s - 3x_2)$ et une température $T_\infty = 293 K$ sont appliqués en tant que conditions d'entrée, où u_{deb} est estimée à partir du rapport Gr/Re^2 (maintenu égal à 1) et des écarts de température imposés pour chaque simulation. En sortie, des conditions convectives pour les composantes de vitesse, des conditions de type Neumann pour la température et la pression sont considérées. Le fluide considéré est de l'air, et compte tenu des écarts de température envisagés ici, ses propriétés thermo-physiques sont supposées constantes.

cas	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
ΔT	4,35	4,4	4,45	4,5	5	5,5	6	7	10	30
$Gr \times 10^5$	0,4112	0,4159	0,4206	0,4252	0,4721	0,5189	0,5656	0,6587	0,9363	2,7179
Re	202,8	203,9	205,1	206,2	217,3	227,8	237,8	256,6	306,0	521,3

Tableau 1 : Ecarts de température considérés dans les simulations numériques et nombres de Grashof et de Reynolds respectifs.

On représente sur la figure 2 les lignes de courant et les isothermes instantanées afin d'illustrer la topologie de l'écoulement. Seule la simulation S10 est présentée, car pour l'ensemble des simulations, le même comportement qualitatif en régime instationnaire est observé. Des instabilités d'origine thermique provoquent la génération de rouleaux instationnaires contrarotatifs. En fait, la présence de la marche est à l'origine d'une accumulation progressive de chaleur dans la zone de recirculation. Aussi, lorsque cette accumulation devient importante, l'énergie est libérée en déclenchant périodiquement un rouleau thermoconvectif. Au-delà de la zone de recirculation, les structures thermoconvectives adoptent un comportement classique du type Poiseuille-Rayleigh-Bénard. On peut remarquer sur les lignes de courant, la présence permanente de deux petits tourbillons

juste au-dessous de la marche. On a constaté également une diminution de la longueur de recirculation moyenne lorsque l'écart de température augmente, ce qui est caractéristique d'un régime de transition vers la turbulence.

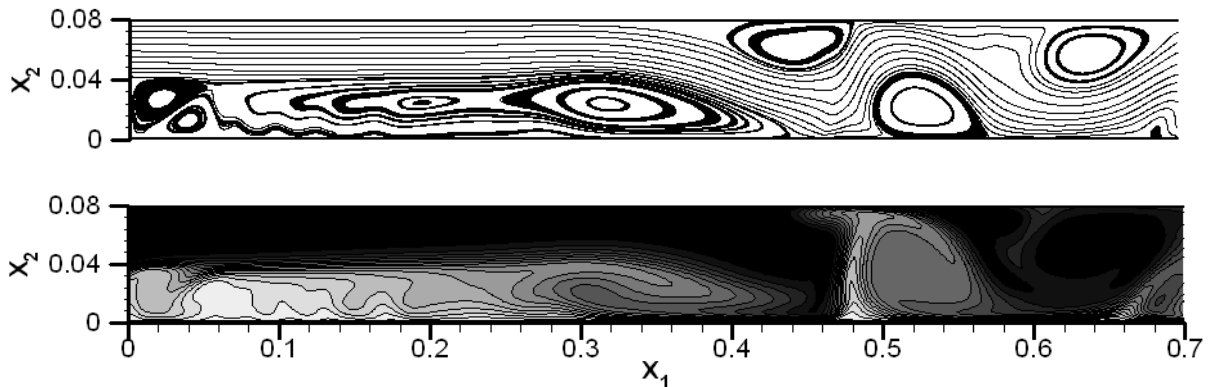


Figure 2 : Lignes de courant et isothermes instantanées (cas S10).

Afin de quantifier les différents régimes, une analyse temporelle et spectrale est entreprise pour chaque simulation au point de coordonnées $(x_1 = 0,345; x_2 = 0,04)$ situé dans la zone de déclenchement des rouleaux (figure 2). Dans un premier temps, on note que l'écoulement reste stationnaire jusqu'à $4,35 K$ d'écart de température (simulation S1).

Dans le but de préciser les différents régimes, l'écart de température initial de $4,35 K$ est progressivement augmenté (simulations S2 à S10). L'amplitude des variations de température est très faible quand les instabilités sont pilotées par la diffusion moléculaire, elle augmente au fur et à mesure que s'ajoute une diffusion du type chaotique.

Sur la figure 3 sont représentées respectivement l'évolution temporelle de la température, son spectre en fréquences ainsi que son portrait de phase tridimensionnel pour les simulations S2, S3, S6, S7 et S10. La construction du portrait de phase utilise la méthode des retards temporels permettant d'obtenir un espace 3D de coordonnées : $T(t), T(t+\tau), T(t+2\tau)$ avec $\tau = 0,4$ secondes (ce retard est estimé lorsque la fonction d'auto-corrélation chute à $1-1/\exp(1)$ de sa valeur initiale).

Parmi les différents scénarios possibles de transition vers le chaos [11] (en géométrie bidimensionnelle), que sont le régime quasi-périodique, le dédoublement de période et l'intermittence, on observe ici une transition par un phénomène de dédoublements de période.

En effet, l'apparition du régime instationnaire (cas S2) révèle un comportement périodique de fondamentale $f_0 = 0,2942 Hz$ avec 2 harmoniques relativement marquées. Lorsque l'écart de température est augmenté (cas S3), il y a apparition d'une nouvelle fréquence $f_0/2$. Ce phénomène se répète ensuite (cas S6) puisque l'on peut distinguer clairement une nouvelle fréquence $f_0/4$. Ce dédoublement de période est par ailleurs visible sur les portraits de phase correspondants en raison de la présence de boucles (2,4,...). Pour un écart de température encore supérieur (cas S7, S8, S9 et S10), le spectre s'est enrichi de nouvelles fréquences et l'écoulement devient de plus en plus chaotique jusqu'à obtenir un attracteur étrange continu.

L'attracteur étrange peut être caractérisé à l'aide de sa dimension. En utilisant l'algorithme de Grassberger-Procaccia [12], on a estimé la dimension fractionnaire à environ $d = 1,9$ (dans le cas S7) obtenue dès lors que la dimension de plongement $n \geq 7$ avec un nombre de points sur la trajectoire de $N = 14\ 100$.

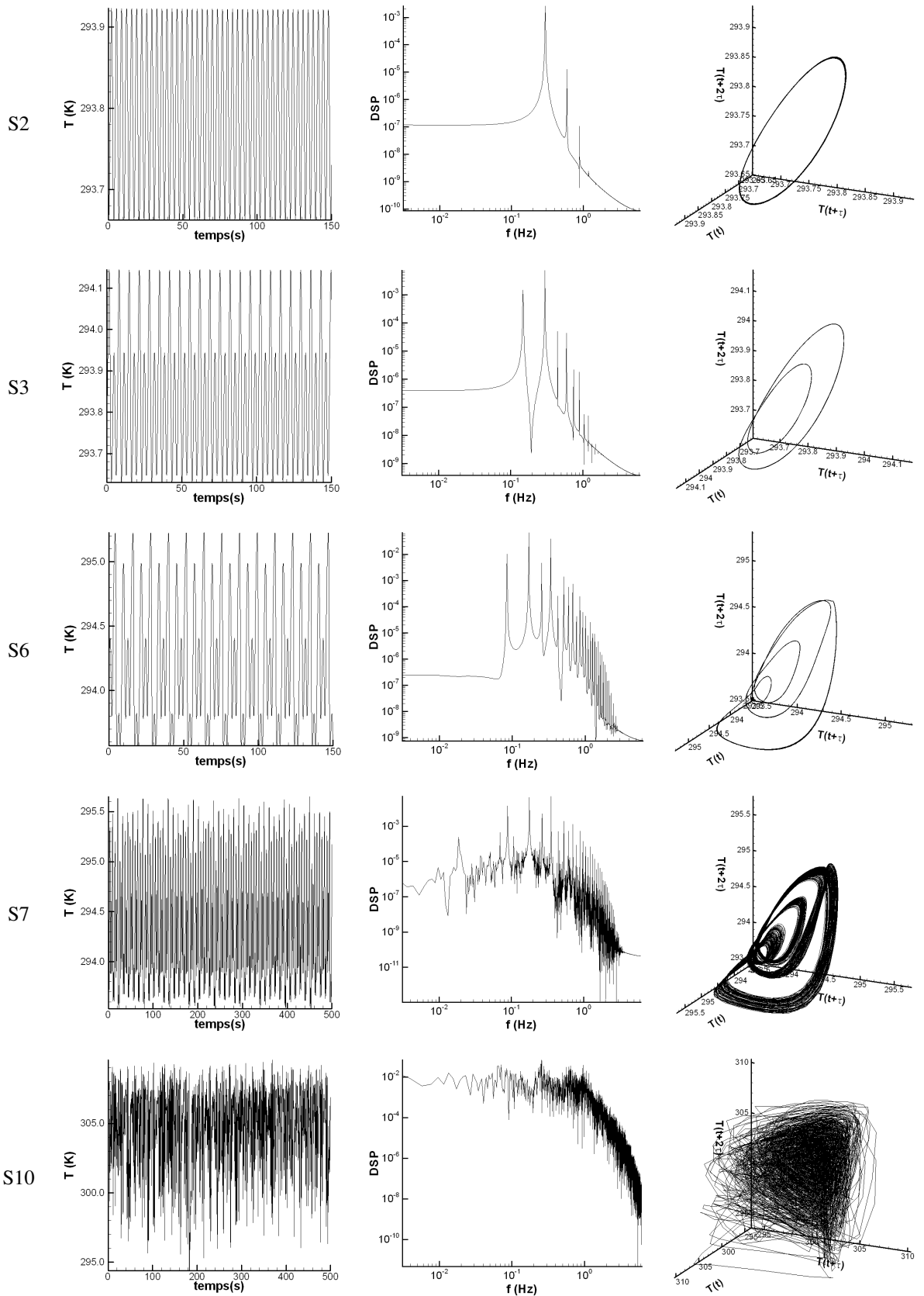


Figure 3 : Evolution temporelle du signal de température, spectre fréquentiel et portrait de phase (simulations S2, S3, S6, S7 et S10).

4. Conclusion

Les mécanismes thermodynamiques de l'écoulement en aval d'une marche horizontale bidimensionnelle en convection mixte ont été analysés au moyen d'expériences numériques. En particulier, on a pu préciser les gammes d'apparition des différents régimes : stationnaire, périodique et chaotique. On constate que l'écoulement est stationnaire lorsque ΔT est inférieur à 4,35 K, tandis qu'au-delà, des instabilités d'origine thermique apparaissent dans la zone de recirculation en déclenchant des rouleaux instationnaires contrarotatifs. Le comportement temporel de l'écoulement devient périodique avec l'apparition d'un processus de dédoublements de période aboutissant à un régime chaotique à partir d'un écart de température de 6 K. Finalement, il convient de noter que pour la même valeur du nombre de Reynolds donnant en écoulement stationnaire isotherme en aval d'une marche descendante, on obtient des instabilités quand la base est légèrement chauffée, tel que $Gr/Re^2 = 1$ (convection mixte, avec un rapport d'expansion $ER = 2$). Les instabilités sont générées pour des écarts de température relativement faibles, par exemple, pour $Re = 217,3$ les instabilités sont bien développées avec un $\Delta T = 5 K$.

Références

- [1] H. I. Abu-Mulaweh, B. F. Armaly et T. S. Chien, Measurements of laminar mixed convection in boundary-layer flow over horizontal and inclined backward-facing steps, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 7 (1993), 1883-1895.
- [2] H. I. Abu-Mulaweh, A review of research on laminar mixed convection flow over backward- and forward- facing steps, *Int. J. of Thermal Sciences*, vol. 42 (2003), 897-909.
- [3] B. Hong, B. F. Armaly et T. S. Chien, Laminar mixed convection in a duct with a backward-facing step: the effects of inclination angle and Prandtl number, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 12 (1993), 3059-3067.
- [4] C. Y. Soong et W. C. Hsueh, Mixed convection in a suddenly-expanded channel with effects of cold fluid injection, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n° 6 (1993), 1477-1484.
- [5] A. Velazquez, J. R. Arias et B. Mendez, Laminar heat transfer enhancement downstream of a backward facing step by using a pulsating flow, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 51 (2008), 2075-2089.
- [6] K. Khanafer, B. Al-Azmi, A. Al-Shammari et I. Pop, Mixed convection analysis of laminar pulsating flow and heat transfer over a backward-facing step, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* (2008), doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.04.060.
- [7] J. H. Nie et B. F. Armaly, Three-dimensional convective flow adjacent to backward-facing step – effects of step height, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 45 (2002), 2431-2438.
- [8] S. J. G. Barbosa, N. K. Anand et V. Sarin, Numerical simulation of mixed convective flow over a three-dimensional horizontal backward facing step, *J. of Heat Transfer*, vol. 127 (2005), 1027-1036.
- [9] H. Iwai, K. Nakabe, K. Suzuki et K. Matsubara, The effects of duct inclination angle on laminar mixed convective flows over a backward-facing step, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 43 (2000), 473-485.
- [10] E. A. Sewall et D. K. Tafti, A time-accurate variable property algorithm for calculating flows with large temperature variations, *Computers & Fluids*, vol. 37 (2008), 51-63.
- [11] P. Bergé, Y. Pomeau et C. Vidal, *L'ordre dans le chaos*, Hermann, Editeurs des Sciences et des Arts (1988).
- [12] P. Grassberger et I. Procaccia, Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Letters*, vol. 50 (1983), 346-349.