

Etude numérique de la convection naturelle de l'air dans une cavité cubique en présence d'un champ magnétique

Eyad DABBOURA, Hamou SADAT

Laboratoire d'Etudes Thermiques, Université de Poitiers
40 Avenue du Recteur Pineau 86022 Poitiers cedex

Résumé - On présente une étude numérique portant sur le problème de la convection naturelle 3D dans une cavité cubique différentiellement chauffée en présence d'un champ magnétique créé par une spire. Les équations de Navier-Stokes sont résolues dans la formulation en vitesse-vorticité, la discrétisation spatiale étant effectuée par une méthode de type Meshless. Les caractéristiques de l'écoulement sont présentées en fonction de l'intensité du champ magnétique appliqué.

Nomenclature

Ra	nombre de Rayleigh	g	gravité, $m.s^{-2}$
Pr	nombre de Prandtl	B_o	induction magnétique, <i>Tesla</i>
Nu	nombre de Nusselt	μ_o	perméabilité absolue du vide, $H.m^{-1}$
u, v, w	composantes de la vitesse dimensionnelle.	χ	susceptibilité magnétique
\vec{U}	vecteur vitesse adimensionnel	\vec{j}	vecteur unitaire selon y
ξ, η, ζ	composantes de la vorticité adimensionnelle	T_{ref}	température de référence (ambiante)
T	température adimensionnelle	χ_{ref}	susceptibilité magnétique de référence
r	rayon adimensionnel de la spire	<i>Indices et exposants</i>	
L	longueur adimensionnel de la cavité	c	chaude
t	temps adimensionnel	f	froide

1. Introduction

L'oxygène est un milieu paramagnétique dont la susceptibilité varie avec la température selon la loi de Curie-Weiss. L'application d'un gradient de champ magnétique peut donc, sous certaines conditions, modifier l'écoulement de l'air. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la valeur relative de la force magnétique par rapport aux autres forces de volume est importante.

L'effet du champ magnétique sur un écoulement de convection naturelle en cavité bidimensionnelle a été étudié dans un travail précédent [2] où l'on a pu déterminer la position optimale des aimants permettant de diminuer l'influence de la gravité. Bednarz et al. [3-7] ont étudié l'influence du champ créé par une spire sur la convection naturelle dans une cavité cubique. Lors de ces études, la spire était positionnée de telle sorte que son centre était confondu avec le centre de la cavité. On se propose ici d'étudier une configuration où la spire est positionnée dans un plan horizontal au dessus de la cavité. Les caractéristiques générales de l'écoulement ainsi que le nombre de Nusselt sont présentées en fonction d'un paramètre mesurant l'intensité du champ magnétique.

2. Equations générales et configuration étudiée

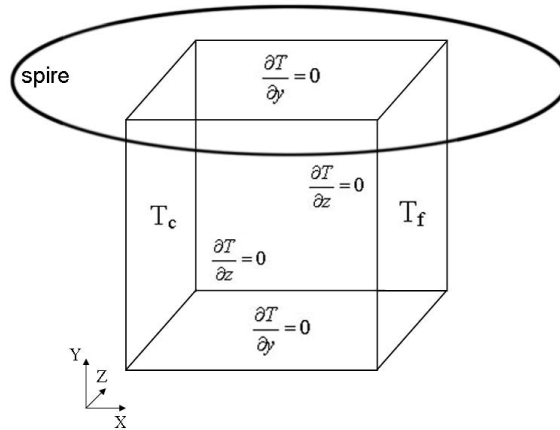


Figure 1 : La cavité étudiée.

On considère le phénomène de convection naturelle tridimensionnelle dans une cavité cubique différentiellement chauffée en présence du champ magnétique créé par une spire placée horizontalement et de manière symétrique dans le plan ($y=L$) comme indiqué sur la figure 1. Le rayon r de la spire est égal à $r=1,56L$ où L est l'arête du cube. L'induction magnétique produite par la spire a été calculée en utilisant la loi de Biot-Savart :

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \oint_{spire} \frac{I d\vec{S} \wedge \vec{R}}{R^3} \quad (1)$$

La force de Kelvin s'écrit quant à elle :

$$\vec{f} = \frac{\chi(T)}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (2)$$

La figure 2 présente à titre d'illustration un champ de force magnétique dans la section $z=0,5$. On peut voir que l'air est attiré vers les zones à forte induction magnétique (donc vers la spire). Cette attraction est plus forte du côté froid de la cavité en raison de la variation de la susceptibilité magnétique de l'air avec la température selon la loi de Curie-Weiss :

$$\chi(T) = \frac{C}{T} = \frac{\chi_{ref} T_{ref}}{T} \quad (3)$$

On voit ainsi que la force magnétique peut agir dans le même sens ou dans le sens opposé à celui de la force de pesanteur. On présente également sur la figure 3 l'induction magnétique dans le plan $y=0,5$. Cette induction décroît à mesure que l'on s'éloigne des bords de la cavité et donc de la spire pour atteindre un minimum au centre de la cavité.

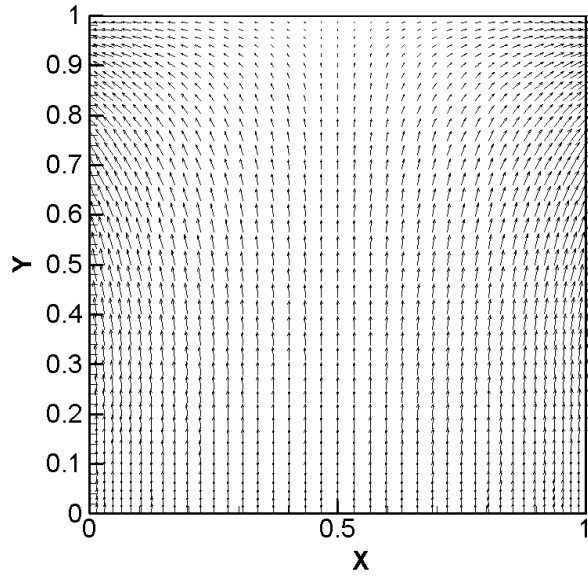


Figure 2 : Force magnétique dans le plan $z=0,5$.

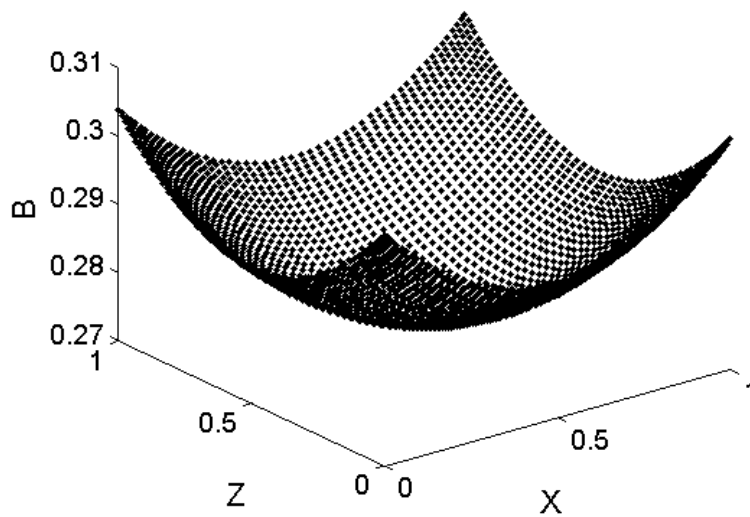


Figure 3 : Induction magnétique dans le plan $y=0,5$.

Dans la formulation en vitesse-vorticité, les équations de Navier-stokes adimensionnelles dans lesquelles nous avons introduit la force de Kelvin s'écrivent :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{U} = -\vec{\nabla} \Lambda \vec{\omega} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{\omega} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{U} + \text{Pr}(\nabla^2 \vec{\omega}) + \text{Ra Pr} \vec{\nabla} \Lambda (T \cdot \vec{j}) - \gamma \text{Ra Pr} (\vec{\nabla} T \Lambda \vec{\nabla} B^2) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \cdot (\nabla T) = \nabla^2 T \quad (6)$$

Les conditions aux limites pour l'équation 6 sont présentées dans la figure 1. Une vitesse nulle est imposée à la frontière pour l'équation 4, tandis que l'équation $\vec{\omega} = \text{rot } \vec{U}$ a été utilisée pour déterminer la vorticité à la frontière [9].

Le paramètre $\gamma = \frac{\chi_o B_o^2}{\mu \rho g l}$ mesure l'influence relative du champ magnétique. Nous avons considéré dans cette étude une cavité de 32 cm de côté et par suite un paramètre qui s'exprime simplement en fonction de l'induction magnétique maximale $\gamma = 0,9557 B_o^2$. Les équations précédentes ont été résolues par une méthode de type Meshless pour la discrétisation spatiale et à l'aide d'un schéma explicite pour l'évolution temporelle. Les détails relatifs à cette méthode peuvent être trouvés par ailleurs [8].

3. Résultats

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats obtenus pour un nombre de Rayleigh fixé à 10^5 et pour des valeurs du paramètre γ variant de 0 à 20.

Les lignes isothermes dans les sections $z=0,5$ et $x=0,5$ et les lignes de courant dans la section $z=0,5$ sont présentées sur la figure 4. Pour des valeurs de γ inférieures à 10, la force magnétique s'oppose globalement à la force de pesanteur induisant une diminution de la vitesse de l'écoulement qui reste principalement bidimensionnel. A partir de $\gamma=11$, l'écoulement devient plus perturbé avec une composante tridimensionnelle de plus en plus importante. La force magnétique qui est plus forte au voisinage de la paroi froide (d'après la loi de Curie) l'emporte en effet peu à peu sur la force de pesanteur et conduit à une inversion du sens de l'écoulement.

Le nombre de Nusselt, défini par l'équation 7, tracé en fonction de γ sur la figure 5, décroit régulièrement (depuis sa valeur à champ nul : $Nu=4,27$)    mesure que γ augmente jusqu'à une valeur $\gamma=11$ où il atteint un minimum ($Nu=1,86$). Il augmente ensuite régulièrement jusqu'à une valeur de 4,11. Sur la figure 4, est également représentée la composante maximale w de la vitesse. Cette composante passe de 11,05 mm/s pour $\gamma=10$ à 41,89 mm/s pour $\gamma=20$.

$$Nu = -\iint \frac{dT}{dx} dy.dz \quad (7)$$

Signalons pour terminer que la force de Kelvin permet de générer un écoulement de magn  toconvection en absence de pesanteur. Nous avons considéré à titre d'exemple le cas où la spire est placée horizontalement dans le plan médian de la cavité avec un écart de température entre les parois actives $\Delta T = 17,7^\circ C$ et une valeur de l'induction magnétique de 2 Tesla.

La figure 6 regroupe les isothermes dans les sections $z=0,5$ et $x=0,5$ et les lignes de courant à $z=0,5$. On observe un écoulement symétrique avec deux cellules contra-rotatives. Les valeurs maximales respectives des composantes de la vitesse dimensionnelle sont $u=11,13$ mm/s, $v= 6,63$ mm/s, $w=3,59$ mm/s, et peuvent être encore plus grandes pour des écarts de température plus importants ou des valeurs de champ magnétique plus élevées.

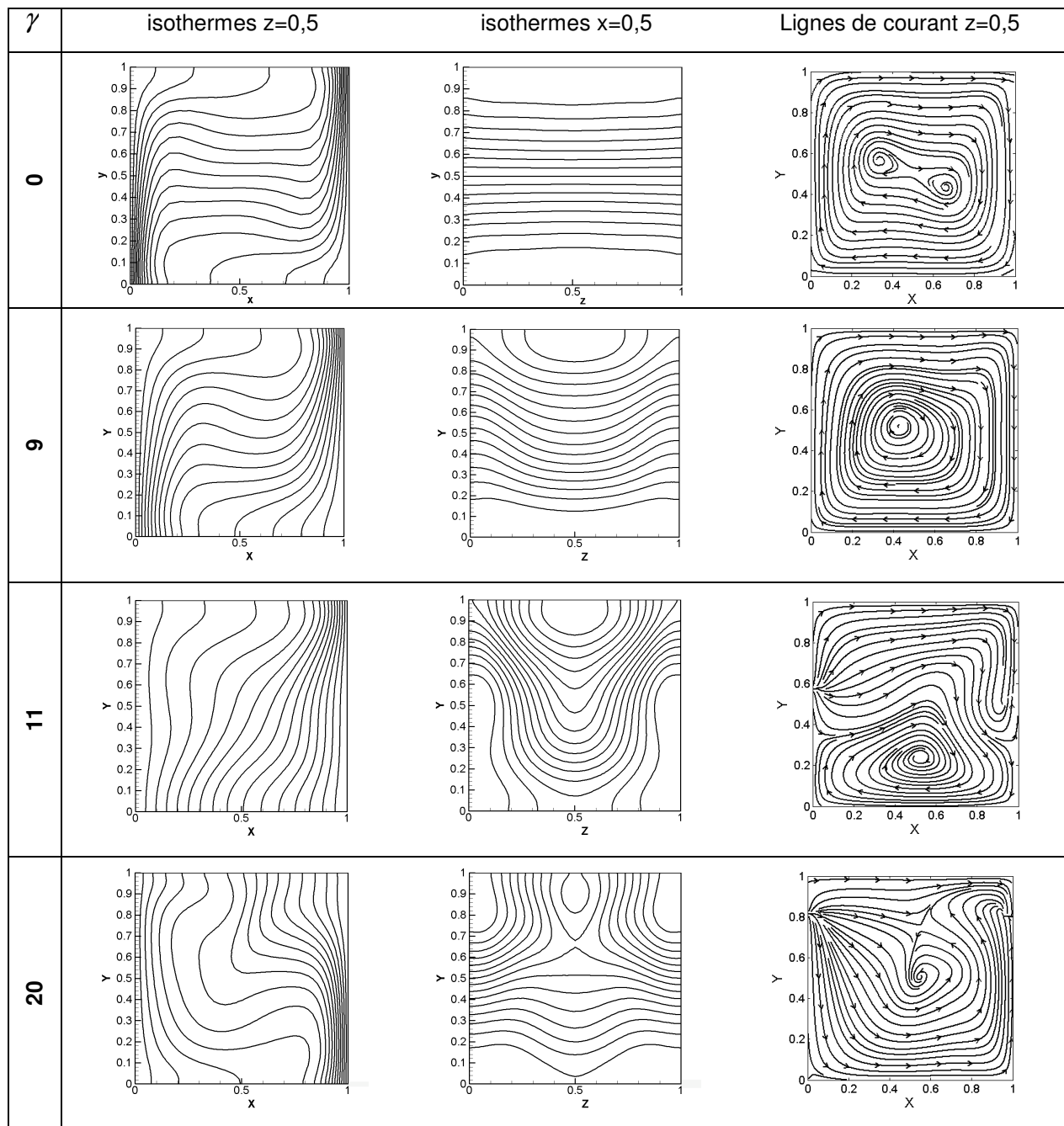


Figure 4 : Les isothermes et les lignes de courant en fonction de γ .

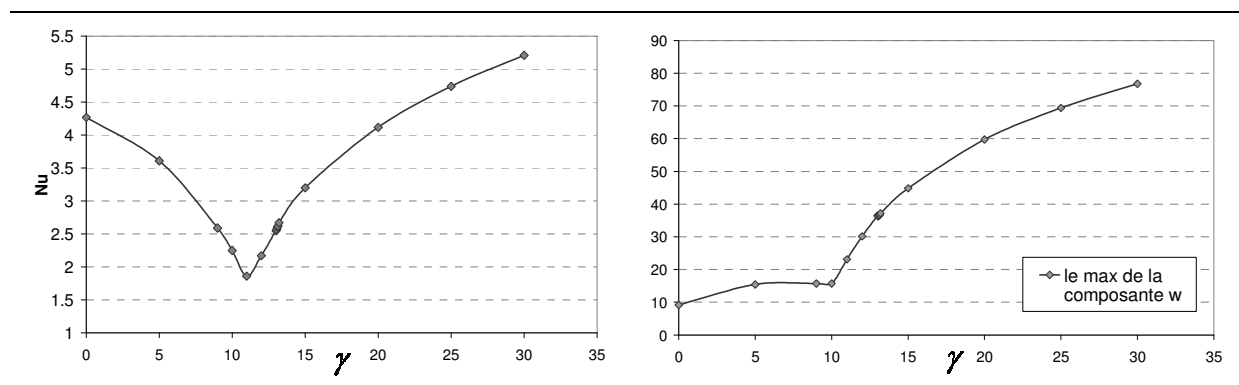


Figure 5 : Nombre de Nusselt et composante w de la vitesse.

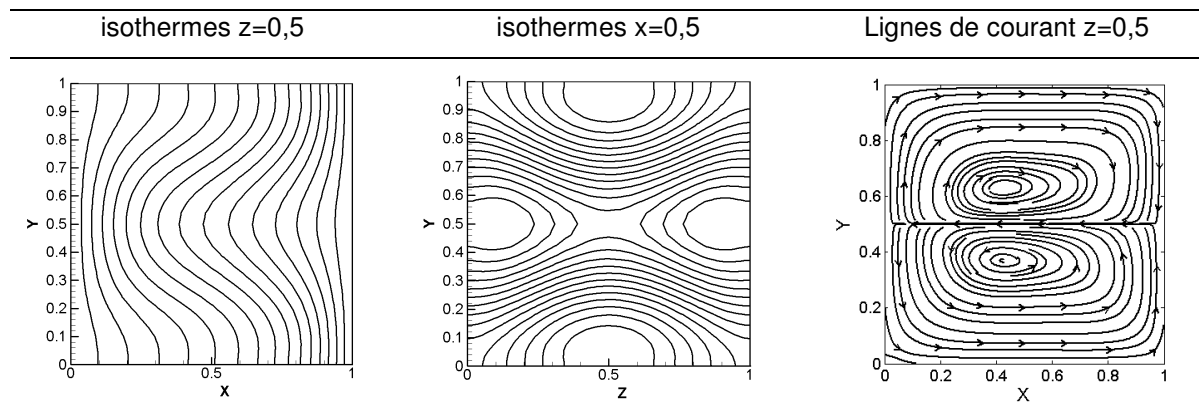


Figure 6 : Les isothermes et les lignes de courant en situation d'apesanteur pour $B_0=2$ Tesla.

4. Conclusion

On a montré qu'un champ magnétique créé par une spire pouvait modifier complètement l'écoulement de convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée. Les simulations effectuées à différentes valeurs du champ magnétique ont mis en évidence l'existence d'une valeur du champ pour laquelle l'écoulement est ralenti. Une autre application peut être trouvée en situation d'apesanteur où le champ magnétique peut induire un mouvement de magnétoconvection.

Références

- [1] T. Sophy, H. Sadat, Convection thermomagnétique dans une cavité différentiellement chauffée, *International Communications in Heat and Mass transfer*, (2005):923–930.
- [2] E. Dabboura, H. Sadat, C. Prax, Influence de la position et de l'orientation du champ magnétique sur la convection thermomagnétique en cavité *SFT (2007)*
- [3] T. Bednarz, C. Lei, J. Patterson, H. Ozoe. Suppressing Rayleigh-Benard convection in a cube using a strong magnetic field. Experimental heat transfer rate measurements and flow visualization. *International Communications in Heat and Mass Transfer*
- [4] T. Bednarz, E. Fornalik, T. Tagawa, H. Ozoe, J. Szmyd. Experimental and numerical analyses of magnetic convection of paramagnetic fluid in a cube heated and cooled from opposing vertical walls. *International Journal of Thermal Sciences* 44 (2005): 933-943.
- [5] T. Bednarz, T. Tagawa, M. Kaneda., H. Ozoe, J. Szmyd. Convection of air in a cubic enclosure with an electric coil inclined in general orientations. *Fluid Dynamics Research* 36 (2005): 91-106.
- [6] T. Bednarz, E. Fornalik, H. Ozoe, J. Szmyd, J. Patterson, C. Lei. Influence of a horizontal magnetic field on the natural convection of paramagnetic fluid in a cube heated and cooled from two vertical side walls. *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008): 668-679.
- [7] T. Bednarz, C. Lei, J. Patterson, H. Ozoe. Effects of a transverse, horizontal magnetic field on natural convection of a paramagnetic fluid in a cube. *International Journal of Thermal Sciences* 48(2009): 26-33.
- [8] T. Sophy, H. Sadat, C. Prax. A Meshless formulation for three-dimensional laminar natural convection, *Numerical Heat Transfer* 13 (2002): 433-445.
- [9] D. Lo , D. Young , K. Murugesan, C. Tsaid, M. Gou, Velocity-vorticity formulation for 3D natural convection in an inclined cavity by DQ method, *International Journal of Heat and Mass Transfer* (2005).