

# Analyse thermodynamique des performances d'un échangeur de chaleur partiellement poreux en régime turbulent

Nadia ALLOUACHE, Salah CHIKH\*

Laboratoire des Transports Polyphasiques et Milieux Poreux, USTHB  
B. P. 32 El Alia, Bab Ezzouar – 16111 Algérie

\*(auteur correspondant : [salahchikh@yahoo.fr](mailto:salahchikh@yahoo.fr))

**Résumé** - Dans cette étude, le deuxième principe de la thermodynamique est illustré afin de réduire les irréversibilités ou le taux de la génération d'entropie due aux deux effets de frottements et de transfert thermique dans un échangeur de chaleur annulaire partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. La matrice poreuse est attachée au cylindre interne et le cylindre externe est thermiquement isolé. Le modèle k- $\epsilon$  modifié est utilisé pour simuler l'écoulement turbulent en milieu poreux. Les effets de l'épaisseur de la couche poreuse et sa perméabilité sont présentés.

## Nomenclature

$C_F$	coefficient d'inertie	$\kappa$	énergie cinétique turbulente, $m^2 \cdot s^{-2}$
$C_p$	capacité thermique massique, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$\epsilon$	taux de dissipation
$Da$	nombre de Darcy	$\alpha$	constante
$D_h$	diamètre hydraulique, $m$	$\mu$	viscosité dynamique, $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
$e$	épaisseur de la couche poreuse, $m$	$\nu$	viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
$I$	intensité de turbulence	$\rho$	masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$
$J$	rapport des viscosités	$\sigma_\kappa$	nombre de Prandtl turbulent pour $\kappa$
$k$	conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	$\sigma_\epsilon$	nombre de Prandtl turbulent pour $\epsilon$
$K$	perméabilité, $m^2$	$\sigma_t$	nombre de Prandtl turbulent pour T
$Nu$	nombre de Nusselt	$\phi$	porosité
$p$	pression, $Pa$	<i>Indices et exposants</i>	
$Pr$	nombre de Prandtl	c	froid
$Re_H$	nombre Reynolds hydraulique	e	effective
$r$	position radiale	f	fluide
$U_i, U_j, U_k$	composantes de vitesse, $m \cdot s^{-1}$	g	total
$U$	vitesse moyenne axiale, $m \cdot s^{-1}$	in	entrée
$V$	vitesse moyenne radiale, $m \cdot s^{-1}$	p	poreux
$S$	taux génération d'entropie locale, $W \cdot K^{-1}$	t	turbulence
$\dot{S}$	taux génération d'entropie par unité de volume, $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-3}$	$\Delta p$	due aux frottements
$T$	température, $K$	$\Delta T$	due au transfert de chaleur
$x$	position axiale	( $\bar{\quad}$ )	composante moyenne
<i>Symboles grecs</i>		( $\quad$ )'	composante fluctuante
$C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\epsilon 3}, C_s$	constantes de fermeture		

## 1. Introduction

Le deuxième principe de la thermodynamique a eu beaucoup d'attention ces dernières années et a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche dans le souci de présenter la performance de l'énergie totale dans un chemin unifié et l'identification des critères

d'optimisation. Bejan et al. [1, 2] ont étudié la minimisation de la génération d'entropie dans plusieurs systèmes thermiques y compris les échangeurs de chaleur.

L'utilisation d'une substance poreuse comme une technique alternative d'augmentation du transfert de chaleur a fait l'objet de plusieurs recherches. Dans leurs travaux, Chikh et al. [3] et Bouhadef et al. [4] ont étudié la convection forcée dans un canal partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux. Dans des conditions bien choisies, cette technique d'augmentation améliore le taux de transfert de la chaleur, mais elle augmente aussi le facteur de frottement associé avec l'écoulement. Cela soulève la question de savoir comment employer ces techniques d'augmentation pour minimiser la génération d'entropie associée avec l'opération d'échange de chaleur.

Peu d'études ont été consacrées à la minimisation de la génération d'entropie des systèmes thermiques en présence d'un milieu poreux. La plupart de ces études ont considéré un écoulement laminaire [5-7]. Les travaux utilisant le deuxième principe pour l'analyse d'un écoulement turbulent en milieu poreux sont presque inexistantes.

L'objectif de ce travail est de mener une analyse thermodynamique sur les performances d'un échangeur de chaleur partiellement ou totalement poreux en régime turbulent. Le fluide chaud circule dans le cylindre interne sur lequel la substance poreuse est fixée et le cylindre externe est parfaitement isolé (Fig. 1). Les effets de l'épaisseur de la couche poreuse et de sa perméabilité sont étudiés.

## 2. Formulation mathématique

L'écoulement est supposé turbulent et incompressible. De plus, les propriétés sont supposées constantes et le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et saturé par le fluide en équilibre thermique local avec la matrice solide. Les équations de continuité, de mouvement, et de l'énergie, en notation tensorielle, sont données par [8] :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu_t + \nu J) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_t \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{c_F}{K^{1/2}} \left( (U_j U_j)^{1/2} U_i + \frac{U_j}{(U_j U_j)^{1/2}} \left( \frac{2}{3} \kappa - \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \right) \quad (2)$$

$$U_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{R_c \nu}{\phi \text{Pr}} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (3)$$

$\nu_t = C_\mu \kappa^2 / \varepsilon$  est la viscosité turbulente et  $R_c = k_e / k_f$  est le rapport des conductivités thermiques.

Les équations de l'énergie cinétique turbulente et de taux de dissipation obtenues à partir du modèle k- $\varepsilon$  modifié pour un écoulement turbulent en milieu poreux sont:

$$U_k \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} = P_\kappa + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} - J\varepsilon - G_\kappa \quad (4)$$

avec :

$$P_\kappa = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$$\begin{aligned}
G_{\kappa} &= 2\phi \frac{\nu}{K} \kappa + \frac{\phi^2 c_F}{K^{1/2} (U_k U_k)^{1/2}} \left( -\frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \left( \frac{5}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right) \right) \right) \\
&\quad + \frac{8}{3} (U_k U_k) \kappa - (U_k U_i) \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \\
U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{\nu}{K} \varepsilon \\
- 2\phi^2 \frac{c_F}{K^{1/2}} &\left( (U_k U_k)^{1/2} \varepsilon + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \left[ C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \left( \nu_t \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \kappa \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + \frac{1}{3} U_i \varepsilon \right] \right) \\
&\quad + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} (U_k U_k)^{1/2} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} + \frac{\nu}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{2}{3} \kappa - \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right) \quad (5)
\end{aligned}$$

Une fois les champs de vitesse et de température obtenus, le taux de génération d'entropie locale par unité de volume, pour un système cylindrique bidimensionnel, peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{S}_g &= \frac{k_j}{\bar{T}^2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{k_j}{\bar{T}^2} \left[ \overline{\left( \frac{\partial T'}{\partial r} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial T'}{\partial x} \right)^2} \right] + \frac{\mu_j}{\bar{T}} \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{V}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{\mu_j}{\bar{T}} \left\{ 2 \left[ \overline{\left( \frac{\partial v'}{\partial r} \right)^2} + \overline{\left( \frac{v'}{r} \right)^2} + \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2} \right] + \overline{\left( \frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2} \right\} \quad (6)
\end{aligned}$$

Le premier et le deuxième groupe représentent le taux de production d'entropie par transfert de chaleur due respectivement aux gradients de température moyenne  $\dot{S}_{\Delta \bar{T}}$  et aux gradients de température fluctuante  $\dot{S}_{\Delta T'}$ . Le troisième et le quatrième groupe représentent le taux de production d'entropie due aux gradients de vitesse moyenne  $\dot{S}_{\Delta \bar{v}}$  et aux gradients de vitesse fluctuante  $\dot{S}_{\Delta v'}$ . L'indice j dans  $k_j$  et  $\mu_j$  représente h dans le côté chaud et c dans le côté froid. Par contre, dans la région poreuse, j indique la conductivité thermique effective dans  $k_j$ .

La modélisation des quantités fluctuantes  $\dot{S}_{\Delta T'}$  et  $\dot{S}_{\Delta v'}$  nous donne d'après [9]:

$$\dot{S}_{\Delta T'} = \frac{C_p \mu_t}{\sigma_t k_j} \dot{S}_{\Delta \bar{T}} \quad (7)$$

$$\dot{S}_{\Delta v'} = \frac{\rho \varepsilon}{\bar{T}} \quad (8)$$

La génération d'entropie totale est calculée par intégration :

$$- \text{région chaude :} \quad S_g = \int_0^{r_1} \dot{S}_g 2\pi r dr \quad (9)$$

$$- \text{région froide} \quad S_g = \int_{r_1}^{r_e} \dot{S}_g 2\pi r dr \quad (10)$$

## 2.1. Conditions aux limites

Les conditions aux limites associées aux équations de transport et d'énergie sont :

- Les vitesses et les températures d'entrée sont données,  $\kappa_{in} = IU_{cin}^2$  et  $\varepsilon_{in} = \kappa_{in}^{3/2} / \alpha D_h$  ;
- Les vitesses et l'énergie cinétique turbulente sont nulles et le taux de dissipation  $\varepsilon = \nu \partial^2 \kappa / \partial r^2$ , aux parois solides;
- Le cylindre extérieur est thermiquement isolé;
- Ecoulement axisymétrique;
- A l'interface fluide-poreux:

$$U_f = U_p \quad \kappa_f = \kappa_p \quad \varepsilon_f = \varepsilon_p \quad T_f = T_p \quad (11)$$

$$\left( \mu J + \mu_t \right) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_f = \left( \mu_e J + \mu_t \right) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_p \quad (12)$$

$$\left( \mu J + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial r} \Big|_f = \left( \mu_e J + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial r} \Big|_p \quad (13)$$

$$\left( \mu J + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_f = \left( \mu_e J + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_p \quad (14)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_f = \left( \frac{R_c \mu}{\phi Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_p \quad (15)$$

- La fonction logarithmique universelle est employée pour le traitement des régions près des parois solides.

### 3. Procédure numérique

Une procédure numérique, basée sur la méthode des volumes finis, est utilisée pour résoudre l'ensemble d'équations (1)-(5). Le système d'équations algébriques obtenu avec les conditions aux limites associées est résolu ensuite avec la méthode ligne par ligne qui est une combinaison de la méthode directe d'inversion de matrice (TDMA) et la méthode itérative de Gauss Seidel. Un maillage zonal uniforme, avec des pas différents dans chaque région, et un nombre total de nœuds égal à (60x300) dans les directions r et x respectivement est adopté. Le critère de convergence utilisé pour arrêter le processus itératif porte sur la valeur du résidu normalisé de l'équation algébrique qui doit être inférieur à  $10^{-4}$  et sur la valeur absolue de l'erreur sur le flux transféré entre les deux fluides qui doit être inférieur à  $10^{-6}$ .

Afin de valider ce code de calcul, les valeurs numériques du nombre de Nusselt sont comparées à celles calculées par Dittus et Boelter [10] et Gnielinski [11] pour un cas poreux limite ( $\phi = 1$  et  $Da \rightarrow \infty$ ) qui correspond au cas fluide. Un bon accord est enregistré pour ce cas considéré (Fig. 2).

### 4. Résultats et discussion

Nous avons considéré dans cette étude un échangeur de chaleur annulaire de diamètres 0.02 m et 0.01m respectivement pour le tube extérieur et intérieur. Le même fluide (eau) s'écoule dans les deux tubes. La viscosité effective dans le milieu poreux est égale à la viscosité du fluide ( $J=1$ ), le coefficient inertiel  $C_F$  est égal à 0.1, et la porosité de la matrice poreuse est prise égale à 0.95.

Nous considérons que le fluide et le milieu poreux ont la même conductivité thermique ( $R_c=1$ ), le nombre de Reynolds hydraulique à l'entrée égal à 52 192 et la différence de température d'entrée entre les deux fluides chaud et froid égale à 70°C.

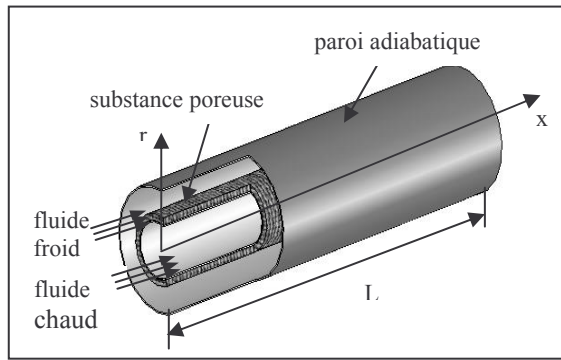


Figure 1 : *Domaine physique*

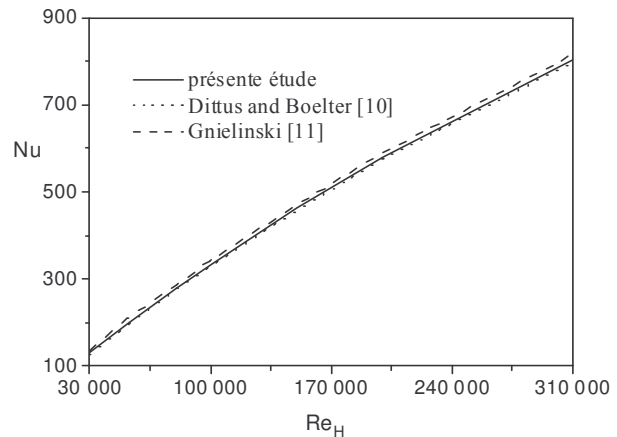


Figure 2 : *Validation*

La figure 3 illustre l'évolution du taux de la génération d'entropie due aux frottements en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Darcy ( $Da=K/D_h^2$ ). Plus l'épaisseur de la couche poreuse augmente, plus le taux de la génération d'entropie augmente jusqu'à atteindre une valeur maximale correspondant à une épaisseur critique variant entre 80% et 90% de l'espace annulaire. Au delà de cette valeur critique, le taux de génération d'entropie diminue jusqu'à une valeur minimale correspondant au cas complètement poreux. Cette évolution du taux de génération d'entropie est plus importante pour un matériau de faible perméabilité. Cela peut être expliqué par la variation des gradients de pression dans les deux régions fluide et poreuse. Ces gradients sont dus à l'écoulement turbulent et à la résistance macroscopique du milieu poreux surtout pour une faible perméabilité. Le taux de turbulence varie dans l'une des deux régions selon le débit d'entrée et donc de l'épaisseur de la couche poreuse.

Par contre, pour le taux de génération d'entropie dû au transfert de chaleur (Fig. 4), nous constatons l'existence des valeurs optimales et critiques de l'épaisseur de la couche poreuse pour lesquelles, deux minimums et un maximum de taux de la génération d'entropie sont obtenus. Ces valeurs dépendent de la perméabilité. Cela est dû à la variation de la différence de température entre la paroi et le fluide froid.

Pour  $\Delta T_{in}=70^\circ\text{C}$ , le taux de génération d'entropie totale dû aux deux effets de frottements et de transfert de chaleur (Fig. 5) varie presque de la même façon que le taux de génération d'entropie dû au transfert de chaleur. Donc l'irréversibilité due au transfert de chaleur est dominante par rapport à l'irréversibilité due aux frottements sauf dans le cas d'une faible perméabilité ( $D=10^{-4}$ ) et lorsque l'épaisseur est d'environ 90%.

Pour de faibles épaisseurs, l'augmentation du rapport des conductivités thermiques produit une réduction substantielle du taux de génération d'entropie (Fig. 6).

## 5. Conclusion

Une modélisation numérique, basée sur la méthode des volumes finis, est utilisée pour obtenir les profils de vitesse et de température et calculer ainsi la génération d'entropie. Pour le cas de  $\Delta T_{in}=70^\circ\text{C}$ , l'irréversibilité due au transfert de chaleur est dominante sauf dans le cas où les frottements sont importants ( $Da=10^{-4}$ ,  $e \approx 90\%$ ). Il existe une épaisseur critique de la couche poreuse pour la quelle la génération d'entropie est maximale et donc les pertes d'énergie sont importantes. Cette valeur critique dépend de la perméabilité. Un milieu poreux plus conducteur que le fluide produit une réduction de la génération d'entropie, pour  $e \leq 40\%$

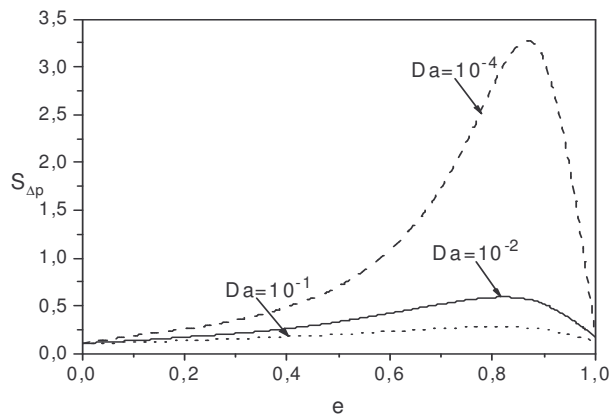


Figure 3 : Taux de génération d'entropie due aux frottements

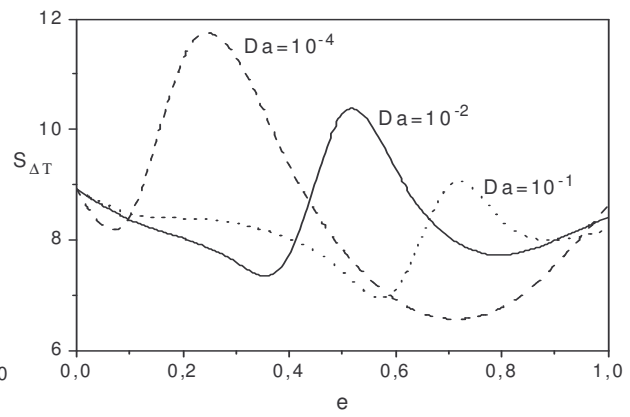


Figure 4 : Taux de génération d'entropie due au transfert de chaleur

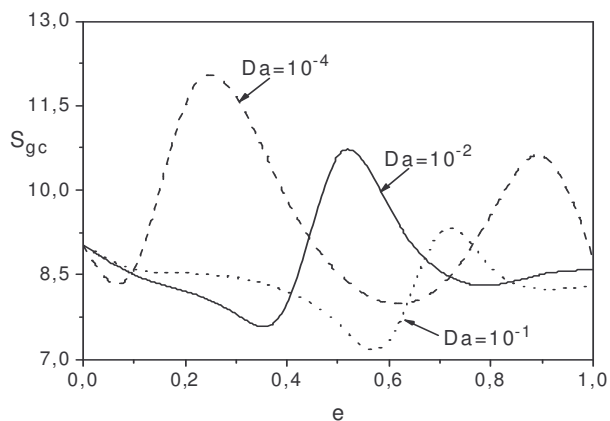


Figure 5 : Taux de génération d'entropie due aux effets de frottements et de transfert de chaleur

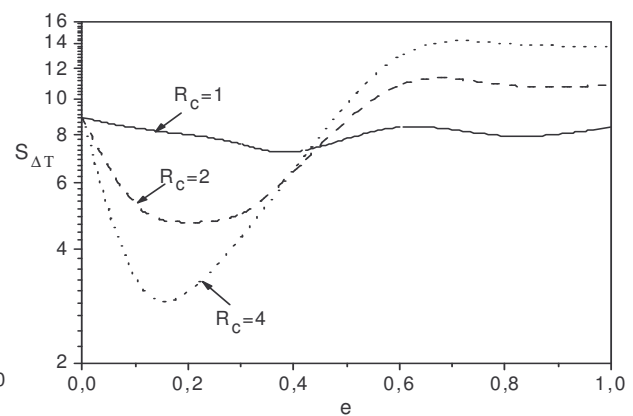


Figure 6 : Effect du rapport des conductivités thermiques ( $Da=10^{-2}$ )

## Références

- [1] A. Bejan, *Entropy generation through heat and fluid flow*, J. Wiley and Sons, New York (1994).
- [2] A. Bejan, Thermodynamic optimization of geometry in engineering flow systems, *Exergy, Int. J.*, 1 (2001), 269-277.
- [3] S. Chikh, A. Boumedien, K. Bouhadeif, G. Lauriat, Analytical solution of non-Darcian forced convection in an annular duct partially filled with a porous medium, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 38 (1995), 1543-1551.
- [4] K. Bouhadeif, S. Chikh, A. Boumedien, G. Lauriat, Effect of porous substrate addition on heat exchanger efficiency, *ImechE Transactions* c565/021/99 (1999), 13-19.
- [5] A. C. Baytas, Entropy generation for natural convection in an inclined porous cavity, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 43 (2000), 2089-2099.
- [6] Y. Demirel, R. Kahraman, Thermodynamic analysis of convective heat transfer in an annular packed bed, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 21 (2000), 442-448.
- [7] N. Allouache, S. Chikh, Second law analysis in a partly porous double pipe heat exchanger, *ASME, Journal of Applied Mechanics*, 73 (2006), 60-65.
- [8] D. Getachew, W. J. Minkowycz and J. L. Lage, A modified form of the model for turbulent flows of an incompressible fluid in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 (2000), 2909-2915.
- [9] F. Kock, H. Herwig, Entropy production calculation for turbulent shear flows and their implementation in cfd codes, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 26 (2005), 672-680.
- [10] F. W. Dittus, and L. M. K Boelter, Heat transfer in automobile radiators of the tubular type, *Univ. Calif. Pub. Eng.*, 13 (1930).
- [11] V. Gnielinski, New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow, *Int. Chemical Engineering*, 16 (1976), 359-368.