

Etude du transfert de chaleur en convection naturelle dans les nanofluides

Glades BACHIR^{1*}, Ragheb SAWLI², Chakib FAKIH² et Abdelkader MOJTABI¹

¹IMFT/UMR/CNRS/INPT/UPS, Toulouse France.

²Université Libanaise, Beyrouth, Liban.

(auteur correspondant : fglades@hotmail.com)

Résumé – On propose dans ce travail d'étudier l'intérêt de disperser des nanoparticules dans un fluide pour augmenter le transfert de chaleur en convection naturelle dans la configuration de Rayleigh-Bénard. Il ressort de cette étude que le flux thermique transféré, en convection naturelle laminaire, augmente lorsque la concentration en nanoparticules augmente. Cependant cette augmentation reste du même ordre de grandeur que la concentration en nanoparticules (< 8% à 10 %) dans le fluide porteur et sans commune mesure avec celle importante mentionnée en convection forcée.

Nomenclature

A rapport d'aspect, $=L/H$
 C_p chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
 L largeur de la cavité, m
 g accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
 H hauteur de la cavité, m
 T température, K
 V vecteur vitesse
 k conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
 Nu nombre de Nusselt moyen
 Pr nombre de Prandtl
 Ra nombre de Rayleigh, $=g\beta\Delta TH^3 / \alpha\nu$
 P pression Pa
 t temps

Symboles grecs

α diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
 β coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
 ΔT différence de température imposée aux parois horizontales, K
 μ viscosité dynamique, $Kg.m^{-1}.s^{-1}$
 ν viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
 φ concentration en nanoparticules
 ρ masse volumique, $Kg.m^{-3}$
Indices et exposants
 c chaud.
 f froid
 l local

1. Introduction

Le transfert de chaleur peut jouer un rôle important dans divers processus industriels. L'efficacité de tels processus est souvent limitée par les propriétés thermophysiques des fluides utilisés. La miniaturisation de nombreuses applications est tributaire de la possibilité d'évacuer de façon efficace les puissances thermiques dissipées au sein de ces appareillages. Le développement considérable récent des recherches traitant des nanofluides est dû au fait qu'il est possible, pour certaines applications, d'accroître de façon appréciable les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pure une faible concentration de nanoparticules. Rappelons que les nanofluides sont des solutions colloïdales obtenues en dispersant dans un fluide de base des particules solides de taille nanométrique (10^{-9} m). A très faible concentration, certaines de ces solutions se sont révélées très efficaces pour améliorer, sous certaines conditions les transferts de chaleur.

Le transfert de chaleur dans un nano-fluide dépend à la fois des propriétés thermophysiques de la phase solide et de la phase liquide. Deux types d'approches, appelées modèle à une phase ou modèle à deux phases, ont été élaborés pour l'étude des transferts

thermiques dans les nano-fluides. Nous adopterons dans toute la suite de ce travail le modèle à une seule phase analogue à celui utilisé en milieu poreux.

On se propose dans un premier temps, de faire une synthèse des travaux expérimentaux et des formules utilisées pour évaluer la conductivité thermique effective des nanofluides. Ces formules conduisent à des relations plus ou moins explicites de la conductivité effective en fonction de la conductivité thermique des nanoparticules, de la phase liquide et de la concentration en nanoparticules. La confrontation entre les différentes formules proposées et les résultats expérimentaux montre que pour de nombreux nanofluides, ces différentes formules n'approximent pas de façon satisfaisante les résultats expérimentaux. Il faut remarquer qu'il n'y a pas une totale concordance entre les différents résultats expérimentaux obtenus, pour un même nanofluide, par les différents expérimentateurs [1-5]. Cela est dû, en partie, au fait que la conductivité thermique effective dépend aussi de la température moyenne et cette donnée n'est pas toujours associée aux corrélations proposées.

Les travaux portant sur l'étude du transfert de chaleur en convection naturelle dans les nanofluides sont peu nombreux [6, 7].

Dans la seconde partie du travail, nous avons d'abord réalisé de nombreuses expérimentations numériques, traitant des écoulements convectifs dans la configuration classique de Rayleigh-Bénard. Le nanofluide ou le fluide porteur est placé dans une cellule de grande extension horizontale chauffée par le bas (La paroi inférieure horizontale est maintenue à une température T_C , uniforme supérieure à la température T_F uniforme de la paroi supérieure). Les simulations réalisées ont concerné principalement de l'eau comme fluide avec différentes concentrations de nanoparticules d' Al_2O_3 . Pour évaluer les flux de chaleur véhiculés par le fluide au niveau de l'une des parois horizontales, nous avons fait varier la concentration en nanoparticules pour différentes valeurs de $\Delta T = T_C - T_F$ imposées aux deux parois horizontales.

2. Formulation du problème

Nous nous sommes restreint, dans toute la suite de ce travail, à une cellule horizontale rectangulaire de hauteur H et de largeur L remplie d'eau contenant différentes concentrations de nanoparticules d' Al_2O_3 . Les deux parois horizontales imperméables $z = 0$ et $z = H$ sont maintenues à des températures constantes, uniformes respectivement $T_C > T_F$. Les parois verticales ($x = 0$ et $x = L$) sont imperméables et isolées. L'axe des z choisi vérifie : $\mathbf{z} = -\mathbf{g}/\|\mathbf{g}\|$. On assimile le nanofluide à un fluide newtonien incompressible de caractéristiques thermophysiques constantes lorsque la différence de température $\Delta T = T_C - T_F$ reste suffisamment faible (quelques degrés) pour que l'approximation de Boussinesq reste applicable. Dans ces conditions les écoulements convectifs obtenus sont laminaires.

Pour obtenir la formulation adimensionnelle de ce problème on introduit les variables sans dimension suivantes en fonction des grandeurs dimensionnelles x', z', u', \dots :

$$x = \frac{x'}{H}, \quad z = \frac{z'}{H}, \quad u = \frac{Hu'}{\alpha}, \quad w = \frac{Hw'}{\alpha}, \quad p = \frac{H^2 p'}{\rho \alpha^2}, \quad T = \frac{T' - T_f}{T_c - T_f}, \quad t = \frac{t' \alpha}{H^2}.$$

Dans ces conditions les équations de bilan de matière, de quantité de mouvement et d'énergie s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla P + \text{Pr}_{nf} Ra_{nf} T_z + \text{Pr}_{nf} \nabla^2 \mathbf{V} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (3)$$

Où V désigne le vecteur vitesse. Ces équations font apparaître les nombres sans dimension caractéristiques de la convection naturelle, à savoir le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandlt associés ici aux caractéristiques du nanofluide.

$$Ra_{nf} = \frac{g\beta_{nf}H^3\Delta T}{\alpha_{nf}V_{nf}} ; \quad Pr_{nf} = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}}, \quad \alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_{nf}}$$

Les conditions aux limites associées à ce problème sont données par:

$V=0 \quad \forall M \in \partial \Omega$ frontière rigide de la cavité.

$T = 1, \quad z = 0, \quad \forall x \in [0, A]$

$T = 0, \quad z = 1, \quad \forall x \in [0, A]$

$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0, x = A \quad \forall z \in [0,1].$

Où le rapport de cellule $A = L/H$ est le troisième nombre adimensionnel de ce problème. On a introduit dans la suite de cette étude le nombre de Nusselt global au niveau de l'une ou de l'autre des parois horizontales. Ce nombre est donné par :

$$Nu = -\frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} dx = -\frac{1}{A} \int_0^A \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=1} dx \quad (4)$$

Rappelons que dans la configuration de Rayleigh-Bénard, le nombre de Rayleigh critique conduisant à la perte de stabilité de la solution de conduction pure est égale à 1708 ($Rac=1708$). Donc tant que le Rayleigh critique reste inférieur à cette valeur critique le transfert thermique dans la couche horizontale est purement conductif en présence du fluide porteur ou du nanofluide. Il s'ensuit que le rapport du flux de chaleur véhiculé par le nanofluide sur celui véhiculé par le fluide porteur, au niveau de l'une des parois horizontales, est égal au rapport de leur conductivité respective (k_{nf} / k_f). Ce résultat est vrai tant que

$\Delta T = T_C - T_F$ reste inférieure ou égale à ΔT_c , différence de température critique associée au Rayleigh critique Rac . Dans ces conditions, comme l'indique la figure1 le flux thermique véhiculé augmente avec la concentration volumique des nanoparticules. L'accroissement est de l'ordre de 12% pour une concentration volumique de 4%. Pour la même concentration de 4% en Al_2O_3 avec de l'éthylène glycol on obtiendrait un accroissement de l'ordre de 18%. D'où d'abord l'importance pour notre étude de recourir à une corrélations donnant la conductivité thermique $k_{nf}(\varphi)$ approchant le mieux les nombreux résultats expérimentaux de la littérature.

3 Propriétés thermophysiques des nanofluides

L'introduction de nanoparticules solides dans un fluide modifie ses propriétés physiques et en particulier sa conductivité et sa viscosité.

Des corrélations semi empiriques ont été proposées [8] pour calculer la conductivité thermique d'un nanofluide. Cette conductivité dépend bien entendu de la nature de chacune des phases en présence, de la concentration volumique en nanoparticules dans le liquide porteur et de la température de l'ensemble. Nous avons retenu dans la suite de ce travail la corrélation proposée par Hamilton-Crosser [9].

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} \quad (5)$$

Où k_{nf} , k_f et k_s désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide porteur et des particules solides et n le facteur de forme ($n = 3$) pour les particules sphériques et φ la concentration volumique des nanoparticules dans le fluide. On trouve également dans la littérature d'autres relations donnant la conductivité thermique de nanofluides spécifiques, en particulier le cas de l'eau avec des nanoparticules d' Al_2O_3 :

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = -13\varphi^2 + 6.3\varphi + 1.$$

Pour la viscosité du nanofluide nous avons repris la relation donnée par Brinkman [10].

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (6)$$

Ce n'est d'ailleurs pas la seule et on en trouve de nombreuses autres corrélations approximant de façon satisfaisante la viscosité du nanofluide dans certaines gammes de variation de la concentration volumique. Pack et Cho [11] ont obtenu une corrélation spécifique pour le nanofluide (eau + Al₂O₃):

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 39.11\varphi + 533.9\varphi^2).$$

La masse volumique d'un nanofluide pour une température de référence donnée est calculé par :

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (7)$$

et la capacité calorifique volumique du nanofluide est donnée par

$$(\rho c_p)_{nf} = \varphi(\rho c_p)_s + (1-\varphi)(\rho c_p)_f \quad (8)$$

	k_{nf}	ρ_{nf}	$\mu_{nf} 10^{-3}$	Cp_{nf}	$\alpha 10^{-7}$	$\nu 10^{-7}$	Pr
	$W.m^{-1}.K^{-1}$	$kg.m^{-3}$	$kg.m^{-1}.s^{-1}$	$J.kg^{-1}.K^{-1}$	$m^2.s^{-1}$		
Eau+	0.603	998.2	1.002	4182			7.01
Al ₂ O ₃	40	3970	765			
$\varphi = 0.01$	0.627	1027.9	1.027	4148	1.5	9.99	6.63
$\varphi = 0.02$	0.652	1057.6	1.052	4113.7	1.57	9.95	6.33
$\varphi = 0.03$	0.678	1087.4	1.077	4079.5	1.63	9.90	6.05
$\varphi = 0.04$	0.704	1117.1	1.102	4045.3	1.70	9.86	5.79
$\varphi = 0.05$	0.730	1146.8	1.127	4011.1	1.77	9.83	5.54

Tableau 1: *Propriétés thermophysiques du nanofluide (eau+ Al₂O₃) en fonction de la concentration*

4. Résultats des simulations numériques et discussions

Pour des raisons de commodité, l'ensemble des simulations numériques conduites ont été obtenues en utilisant le code industriel Comsol multiphysiques. Pour valider ce code de calcul nous avons d'abord vérifié que l'on retrouve parfaitement avec ce code les résultats théoriques classiques de stabilité linéaire à savoir ($Rac = 1708$ et le nombre d'onde $kc = 3.12$). Les écoulements de convection naturelle dans la configuration de Rayleigh-Bénard dépendent des trois nombres adimensionnels suivants Ra , Pr et A . On montre que la transition conduction-convection ne dépend pas du nombre de Prandlt. Donc pour un rapport de cellule fixé, la naissance de la convection dépend uniquement du nombre de Rayleigh. De l'examen du tableau 1, il ressort que l'augmentation de la concentration volumique en nanoparticules augmente de façon plus importante la diffusivité thermique que la viscosité cinématique. D'autre part le coefficient d'expansion thermique varie peu avec la concentration φ . On en déduit alors que lorsque l'on augmente progressivement la différence $\Delta T = T_C - T_F$, on observe en premier le déclenchement de la convection naturelle dans la cellule avec le fluide porteur seulement. Plus la concentration volumique en nanoparticules est importante et plus le $\Delta T = T_C - T_F$ nécessaire au déclenchement de la convection dans la cellule remplie de nanofluide est important. En d'autre terme on trouve qu'à $\Delta T = T_C - T_F$ fixée, le Rayleigh thermique du nanofluide est plus faible que celui du fluide porteur. En partant d'un $\Delta T = T_C - T_F$ fixée conduisant à la convection dans de l'eau pure et en dispersant progressivement des

nanoparticules dans cette eau, on remarque que l'intensité de la convection diminue progressivement pour atteindre le régime de conduction pure à partir d'une concentration donnée en nanoparticule. Ce résultat est présenté au niveau de la figure 2 pour un $\Delta T = 2$ pris autour de la température moyenne de 20°C et pour différentes valeurs de la concentration volumique φ en Al_2O_3 dans de l'eau.

Dans toutes nos simulations, nous avons gardé un rapport de cellule $A=10$ ainsi nos résultats au voisinage de la transition sont peu différents du cas classique de la convection dans une cellule d'extension horizontale infinie. Nous présentons au niveau du tableau 2 le rapport du flux thermique véhiculé par le nanofluide, pour différentes concentrations volumiques φ en Al_2O_3 , sur celui transféré par l'eau au niveau d'une des parois horizontales de la cellule, pour différentes valeurs de ΔT en convection laminaire.

	1%	2%	3%	4%	5%	
$\frac{\Phi_{nf}}{\Phi_f} = \frac{k_{nf} Nu_{nf}}{k_f Nu_f}$	1.021	1.050	1.076	1.100	1.126	$\Delta T=8$
	1.023	1.045	1.070	1.092	1.102	$\Delta T=4$
	1.022	1.045	1.066	1.087	1.108	$\Delta T=3$
	1.019	1.036	1.059	1.077	1.094	$\Delta T=2$

Tableau 2 Rapport du flux évacué par le nanofluide, pour différentes concentrations en Al_2O_3 sur celui transféré par l'eau pour différentes valeurs de ΔT

5. Conclusion

Il ressort de l'expérimentation numérique que le flux convectif laminaire évacué par un nanofluide dans la configuration de Rayleigh-Bénard augmente avec la concentration volumique en nanoparticules. Cette augmentation reste limitée puisque pour une concentration volumique de 5% d' Al_2O_3 dans de l'eau le gain est seulement de 12.6% loin des 75 % mentionnées dans certaines applications (convection forcée, échangeurs). Nous nous sommes restreint dans cette étude à un seul type de nanofluide pour lequel on dispose du maximum de résultats expérimentaux provenant de différents auteurs. Il est donc important de poursuivre ce travail avec d'autres nanofluides puisqu'en remplaçant de l'eau par du glycol ou du glycol éthylène et en utilisant des nanoparticules de CuO ou des nanotubes de carbone le rapport de conductivité k_{nf} / k_f pourrait dépasser 1,7 pour des concentrations volumiques de l'ordre de 2 % seulement. Aussi des expériences de laboratoire sont encore nécessaires pour confirmer l'utilité de recourir aux nanofluides pour accroître le transfert de chaleur en convection naturelle.

Références

- [1] S. U.S. Choi, Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with nanoparticles, *Develop. Appl. non Newtonian Flows*, (1995), 99-106.
- [2] S. K. Das, Heat Transfer in nanofluids a Review, *Heat Transfer Engineering*, 27-10 (2006), 3-19.
- [3] S. Kabelac, J. F. Kuhnke, Heat Transfer Mechanisms in Nanofluids Experiment and Theory, *International Heat Transfer Conference IHTC-13*, Sydney, Australia, August, 2006, KN-11.
- [4] R. B. Mansour, N. Galanis, C. T. Nguyen, Effect of uncertainties in physical properties on forced convection heat transfer with nanofluids, *Applied thermal Engineering*, 27 (2007), 240-249.
- [5] J. Kim, Y. T. Kang, C. K. Choi, Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids, *Physics of fluids*, 16, 7, (2004), 2395-2401.
- [6] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Bouyancy-driven Heat Transfer Enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46

(2003), 3639-3653.

[7] R. K. Tiwari, M. K. Das, Heat Transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 (2007) 2002-2018.

[8] X. Q. Wang, A.S. Mujumdar, Heat Transfer Characteristics of NanoFluids: a review *International Journal of Thermal Science*, 2006.

[9] Y. Xuan, Q. Li, Investigation on convection heat transfer and flow features of nanofluids, *ASME J. Heat Transfer*, 125 (2003), 151-155.

[10] S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, J. A. Eastman, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *ASME J. Heat Transfer*, 121 (1999), 280-289.

[11] B.C. Pak and Y.I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Exp. Heat Transfer* 11 (1998) (2), pp. 151-170

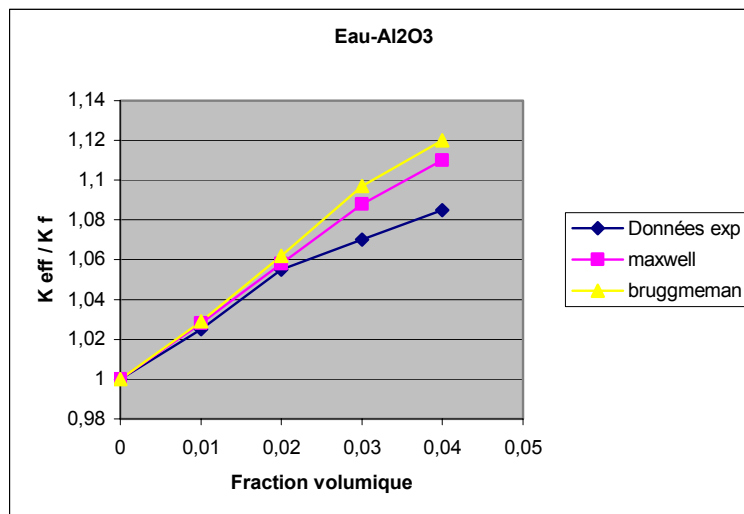
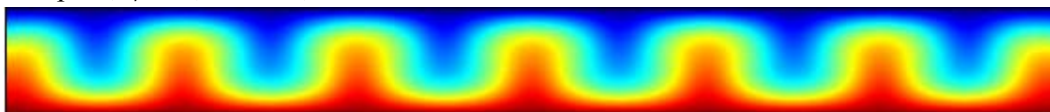
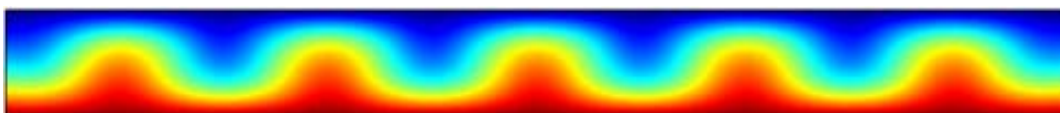


Fig 1 comparaison des données expérimentales avec les modèles de prédiction de la conductivité.

Eau pure, $\varphi = 0$, $Pr=7.06$, $Ra=3560$



$\varphi = 0.01$, $Pr = 6.98$, $Ra=2357.2$



$\varphi = 0.02$, $Pr=6.9$, $Ra=1641$

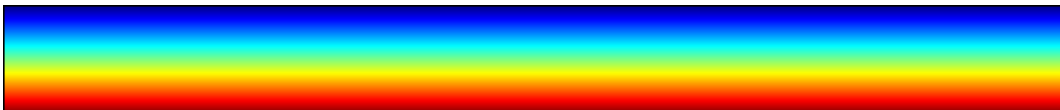


Fig 2: Champ de température pour $\Delta T=2^{\circ}C$ et pour différentes concentrations en Al_2O_3 dans l'eau.