

Modélisation du transfert thermique dans les contacteurs mécaniquement agités

Abdelkader DEBAB^{1*}, Nacéra CHERGUI¹ et Joël BERTRAND²

¹Laboratoire d'hydrodynamique et transfert physique dans les réacteurs
USTOran, Département de chimie industrielle (Algérie)

²Laboratoire de Génie Chimique INP/ENSIACET

Site Basso-Cambo BP1301 Toulouse cedex 01(France)

* (auteur correspondant: abdelkaderdebab@hotmail.com)

Résumé :

Dans ce travail, nous présentons une étude expérimentale ainsi que la modélisation du transfert thermique dans une cuve agitée mécaniquement. Les évolutions des températures du milieu agité en fonction du temps obtenues expérimentalement et par modélisation seront prises en considération dans les bilans thermiques pour décrire le comportement thermique de la cuve agitée pendant la phase de chauffage. La méthode des plans d'expériences a été aussi utilisée pour déterminer l'effet des variables étudiées ainsi que leurs interactions sur le coefficient d'échange local milieu agité/paroi d'échange.

Nomenclature

A_m	surface d'échange moyenne, m^2	V	volume du liquide agité, m^3
d	diamètre de l'agitateur, m	Cp_r	capacité calorifique du liquide agité, $J/kg.K$
U	coefficient d'échange thermique global, $W.m^{-2}.K$	Cp_j	capacité calorifique du liquide caloporteur, $J/kg.K$
Tr_{i+1}	température du milieu agité à l'instant t_{i+1} , °C	<i>Groupements adimensionnels</i>	
Tr_i	température du milieu agité à l'instant t_i , °C	Re	$\rho.N.d^2.\mu^{-1}$, nombre de Reynolds
Tr_m	température moyenne du liquide agité, °C	<i>Symboles grecs</i>	
Tj_m	température moyenne du liquide caloporteur, °C	ρ	masse volumique du milieu agité, $kg.m^{-3}$
h_j	coefficient d'échange local côté double enveloppe, $W.m^{-2}.K$	<i>Indices et exposants</i>	
h_i	coefficient d'échange local côté liquide agité, $W.m^{-2}.K$	m	moyenne
m_r	masse du liquide agité, kg	p	pertes de chaleur
m	masse du matériau de la cuve, kg	j	jaquette
Q	quantité de chaleur échangée avec le fluide caloporteur, W	i	interne
Q_p	quantité de chaleur perdue vers l'extérieur, W	r	réacteur
P	puissance dissipée par l'agitateur, W		

1. Introduction :

Les réacteurs agités sont couramment utilisés dans l'industrie chimique, pharmaceutique, cosmétique et agroalimentaire. La mise en œuvre de ces types d'appareils nécessite la bonne connaissance de l'hydrodynamique et du transfert thermique au sein de la cuve de mélange.

Plusieurs études ont été élaborées dans ce contexte. Elles consistaient en premier lieu à suivre la conduite thermique et la cinétique des réactions du milieu agité afin d'être en mesure de contrôler le procédé de mélange.

Ce travail est élaboré dans le but de déterminer expérimentalement le coefficient d'échange de chaleur global en fonction de la vitesse d'agitation, du diamètre de l'agitateur et de la présence ou non des chicanes en régime intermédiaire.

La méthode des plans d'expériences [2] utilisée ici a pour but d'optimiser le choix des essais et de celui de leurs enchaînements au cours de l'expérimentation.

2. Procédure expérimentale :

Les expériences ont été menées dans une cuve cylindrique d'une capacité de 2 litres (voir schéma ci-dessous). Le milieu agité est une solution aqueuse de Carboxyméthylcellulose (NaCMC) d'une concentration égale à 2 % massique. Cette solution présente un comportement rhéologique non newtonien de type rhéofluidifiant. Son étude détaillée a fait l'objet de la thèse de Chergui [3]. Nous avons fait varier la vitesse d'agitation de 260 tr/mn à 793 tr/mn. Deux mobiles d'agitation ont été testés, il s'agit de deux turbines à 6 pales droites montées sur disque de diamètre 45mm et 81mm. Le mobile d'agitation est maintenu à une distance égale à la moitié de la hauteur de remplissage par rapport au fond de la cuve

La cuve agitée est instrumentée par quatre sondes de température de type PT100: l'une est positionnée dans la partie « haute » du fluide agité (T_{rh}) et l'autre est positionnée dans la partie « basse » (T_{rb}). Le système de chauffage et de refroidissement est équipé de deux sondes positionnées à l'entrée (T_{je}) et à la sortie de la double enveloppe (T_{js}). Quatre chicanes sont implantées à l'intérieur de la cuve pour éviter la formation de vortex et la rotation du liquide en bloc.

Le coefficient d'échange de chaleur local « h_j » dans la double enveloppe a été déterminé expérimentalement en fonction du débit de circulation du liquide caloporteur. Pour un débit maximum de 400l/h, lui correspond une valeur de $582,8 \text{ W/m}^2\text{°C}$ d'après [4]. Afin de maintenir la température du milieu agitée constante (54°C), nous avons utilisé un régulateur de température de type PID dans la boucle de chauffage.

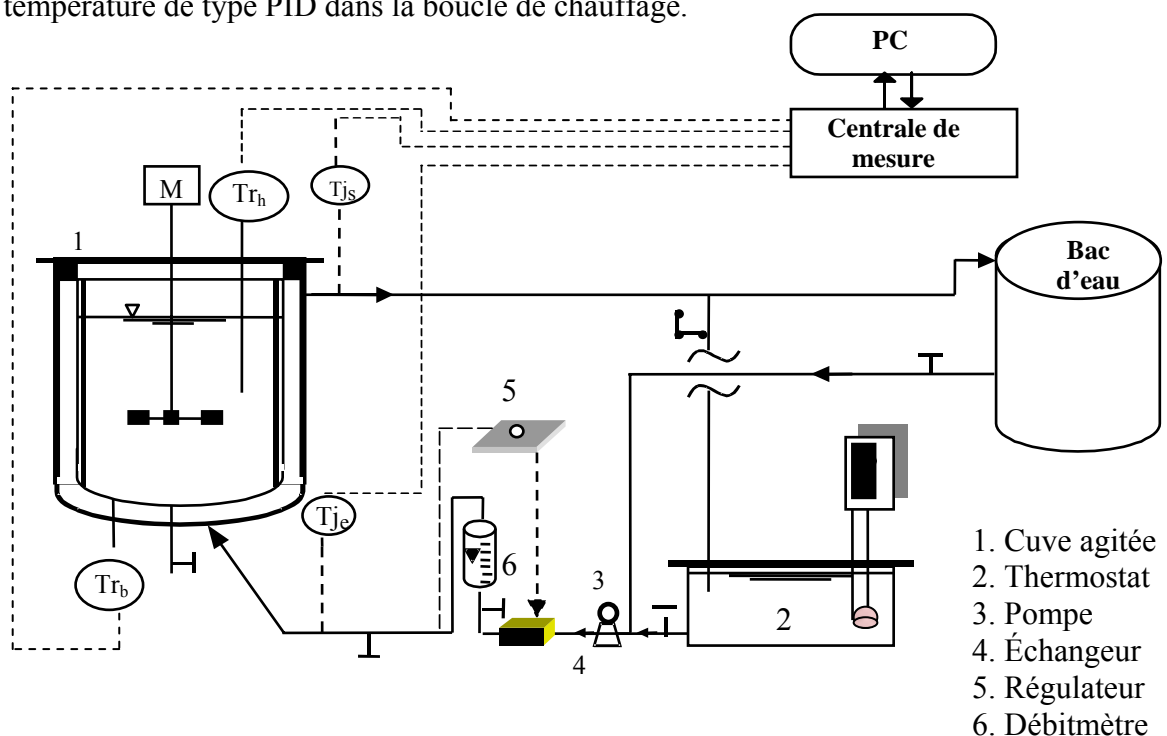


Schéma du dispositif expérimental

2.1. Estimation du coefficient d'échange thermique global :

Le coefficient d'échange de chaleur global « U » est calculé à partir du bilan thermique effectué sur le système agité en supposant que le liquide est parfaitement agité :

$$(m.Cp + m_r.Cp_r) \frac{dT_r}{dt} = Q - Q_p + P \quad (1)$$

Pour pouvoir estimer le coefficient global d'échange thermique, on considère les hypothèses suivantes :

- ✓ Q_p est négligeable car notre cuve est bien calorifugée ;
- ✓ P est négligeable devant Q ;
- ✓ $m.Cp$ est négligeable devant $m_r.Cp_r$;
- ✓ les chaleurs spécifiques et les masses volumiques sont considérées constantes pour une durée de chauffage très courte.

L'équation (1) devient :

$$m_r.Cp_r \frac{dT_r}{dt} = Q = UA_m(T_j - T_r) \quad (2)$$

En mode de chauffage du milieu agité, l'évolution de la température en fonction du temps obtenue expérimentalement n'est pas linéaire et le processus est instationnaire. L'équation (2), est résolue pour un temps de chauffe très court [t_i , t_{i+1}] où nous supposons que la variation de la température est linéaire et finalement l'équation précédente s'écrit:

$$U = \frac{m_r.Cp_r(T_{r_{i+1}} - T_{r_i})}{A_m \Delta t (T_{j_m} - T_{r_m})} = \frac{\rho V C_p (T_{r_{i+1}} - T_{r_i})}{A_m \Delta t (T_{j_m} - T_{r_m})} \quad (3)$$

L'équation précédente nous permet de calculer facilement le coefficient d'échange thermique global dans la cuve agitée après avoir obtenu expérimentalement l'évolution de la température (T_r) du liquide agité en fonction du temps et de la vitesse d'agitation.

3. Modélisation de la température (T_r) pendant la phase de chauffe :

Le but étant de choisir un modèle mathématique qui permet de prédire l'évolution de la température du milieu agité ou bien celle de la double enveloppe en fonction du temps. Les modèles proposés sont obtenus par la résolution des équations différentielles issues des bilans thermiques dans la cuve agitée et dans la double enveloppe.

Après réarrangement des deux équations de bilan thermique on obtient le système d'équations caractéristiques suivant :

$$\frac{dT_j^2}{dt^2} + Z_1 \frac{dT_j}{dt} + Z_2 T_j = Z_2 T_{je} \quad (4)$$

$$\frac{dT_r^2}{dt^2} + Z_1 \frac{dT_r}{dt} + Z_2 T_r = Z_2 T_{je} \quad (5)$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$T_r(t=0) = T_r(0) \quad \text{et} \quad \frac{dT_r}{dt} = B_r(T_j(0) - T_r(0))$$

$$B_j = \frac{U \cdot A_m}{\rho_j C_p V_j} ; \quad B_r = \frac{U \cdot A_m}{m_r C_p r} ; \quad \varphi_j = \frac{Q_v}{V_j} ; \quad Z_1 = B_r + B_j + \varphi_j ; \quad Z_2 = B_r \varphi_j$$

Pour pouvoir élaborer des modèles prédictifs, on suppose que le produit UA_m ne varie pas en fonction de la température. Trois méthodes ont été choisies pour la résolution de ces équations :

Méthode analytique : (modèle N°01)

$$\begin{aligned} T_r(i) = & \frac{1}{B_j} \frac{(\lambda_1 + \varphi_j + B_j)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} [-(\lambda_2 + B_j + \varphi_j) T_j(0) + (\lambda_2 + \varphi_j) T_e + B_j T_r(0)] e^{\lambda_1 t(i)} \\ & + \frac{1}{B_j} \frac{(\lambda_2 + \varphi_j + B_j)}{(\lambda_1 - \lambda_2)} [(\lambda_1 + B_j + \varphi_j) T_j(0) - (\lambda_1 + \varphi_j) T_e - B_j T_r(0)] e^{\lambda_2 t(i)} \\ & + T_e \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \lambda_1 = \frac{1}{2} \left(-Z_1 - \sqrt{Z_1^2 - 4Z_2} \right) \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \frac{1}{2} \left(-Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - 4Z_2} \right)$$

$$t(i+1) = t(i) + h$$

Méthode des différences finies : (modèle N°02)

$$\frac{dT_r^2}{dt} = \frac{T_r(i+1) - 2T_r(i) + T_r(i-1)}{h^2} \quad \text{et} \quad \frac{dT_r}{dt} = \frac{T_r(i+1) - T_r(i)}{h}$$

$$T_r(i+2) = \frac{(4 + h \cdot Z_1) \cdot T_r(i+1) - 2T_r(i) + 2 \cdot Z_2 \cdot h^2 \cdot T_{je}}{(2 + h \cdot Z_1 + 2 \cdot h^2 \cdot Z_2)}$$

$$t(i+1) = t(i) + h$$

Méthode de Runge Kutta d'ordre 4 : (modèle N°03)

$$\left\{ \begin{aligned} k_{1,1} &= h [B_r (T_j(i) - T_r(i))] \\ k_{2,1} &= h [B_j (T_r(i) - T_j(i)) - \varphi_j (T_j(i) - T_{je})] \\ k_{1,2} &= h \left\{ B_r \left[\left(T_j(i) + \frac{k_{2,1}}{2} \right) - \left(T_r(i) + \frac{k_{1,1}}{2} \right) \right] \right\} \\ k_{2,2} &= h \left\{ B_j \left[\left(T_r(i) + \frac{k_{1,1}}{2} \right) - \left(T_j(i) + \frac{k_{2,1}}{2} \right) \right] - \varphi_j \left[\left(T_j(i) + \frac{k_{2,1}}{2} \right) - T_{je} \right] \right\} \\ k_{1,3} &= h \left\{ B_r \left[\left(T_j(i) + \frac{k_{2,2}}{2} \right) - \left(T_r(i) + \frac{k_{1,2}}{2} \right) \right] \right\} \\ k_{2,3} &= h \left\{ B_j \left[\left(T_r(i) + \frac{k_{1,2}}{2} \right) - \left(T_j(i) + \frac{k_{2,2}}{2} \right) \right] - \varphi_j \left[\left(T_j(i) + \frac{k_{2,2}}{2} \right) - T_{je} \right] \right\} \\ k_{1,4} &= h \left\{ B_r (T_j(i) + k_{2,3}) - (T_r(i) + k_{1,3}) \right\} \\ k_{2,4} &= h \left\{ B_j [(T_r(i) + k_{1,3}) - (T_j(i) + k_{2,3})] - \varphi_j [(T_j(i) + k_{2,3}) - T_{je}] \right\} \\ T_r(i+1) &= T_r(i) + \frac{1}{6} (k_{1,1} + 2k_{1,2} + 2k_{1,3} + k_{1,4}) \\ T_j(i+1) &= T_j(i) + \frac{1}{6} (k_{2,1} + 2k_{2,2} + 2k_{2,3} + k_{2,4}) \\ t(i+1) &= t(i) + h \end{aligned} \right.$$

Les valeurs moyennes du coefficient d'échange de chaleur U pour les deux mobiles d'agitation et pour différentes vitesses de rotation sont portées sur le graphe 1 et les valeurs moyennes du coefficient d'échange de chaleur local côté milieu agité sont portées sur le graphe 2. Nous remarquons que le coefficient d'échange global calculé dans le cas du mélange avec la turbine à 6 pales droites de diamètre égal à 0,081m est un peu plus élevé que celui obtenu par l'agitateur de diamètre égal à 0,045m. Les droites obtenues n'ont pas la même pente. Contrairement au coefficient d'échange de chaleur global calculé pour une turbine de diamètre égal à 0,081m et celui calculé pour la turbine de diamètre égal à 0,045m croit rapidement avec l'accroissement du nombre de Reynolds.

La comparaison des évolutions des températures obtenues expérimentalement et celles issues de la modélisation graphes 3 et 4, indique que parmi les modèles proposés, le modèle analytique et celui de Runge Kutta semblent plus adaptatifs et décrivent mieux le comportement thermique du réacteur agité.

4. Application de la méthode des plans d'expériences

4.1. Choix du type de plan :

Dans le but de planifier nos expériences, le plan factoriel complet à deux niveaux est le plus simple à mettre en œuvre. Sa matrice d'expériences est notée 2^k , où k est le nombre de facteurs étudiés (ici $k=3$). Le nombre d'expériences à réaliser est donc égal à $2^3=8$.

Le choix de la gamme des variations de chacun des facteurs est basé sur l'appareillage disponible dans le laboratoire. Les niveaux des facteurs étudiés sont portés sur le tableau 1.

	Diamètre de l'agitateur (m) X_1	Les chicanes X_2	Vitesse d'agitation (tr/mn) X_3
Niveau -	0,045	Sans chicanes	260
Niveau +	0,081	Avec chicanes	793

Tableau 1 : Niveaux des facteurs

La matrice d'expérience ci-dessous résume les conditions expérimentales ainsi que les réponses obtenues pour chaque expérience.

N°	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Y		
								Y_1	Y_2	Y_3
1	-	-	-	+	+	+	-	249.24	250.49	249.86
2	+	-	-	-	-	+	+	412.75	414.44	413.59
3	-	+	-	-	+	-	+	246.05	247.14	246.59
4	+	+	-	+	-	-	-	442.58	440.70	441.64
5	-	-	+	+	-	-	+	370.27	372.40	371.33
6	+	-	+	-	+	-	-	592.65	594.36	593.51
7	-	+	+	-	-	+	-	392.29	390.83	391.56
8	+	+	+	+	+	+	+	717.74	719.93	718.86
b_i	113.53	21.29	90.45	17.05	23.84	15.1	9.23			

Tableau 2 : Matrice d'expériences factorielle 2^3

Le modèle mathématique associé au plan factoriel complet à deux niveaux pouvant être postulé est un modèle de régression linéaire ou modèle du premier degré qui prend en compte l'effet des facteurs ainsi que l'effet des interactions. Il a pour forme:

$$Y=428,37+113,53X_1+21,29X_2+90,45X_3+17,05X_1X_2+23,84X_1X_3+15,10X_2X_3+9,23X_1X_2X_3+E \quad (6)$$

Un test doit être effectué sur le modèle afin d'examiner sa sensibilité et déduire son adéquation, il s'agit du test de Fischer. D'après les calculs statistiques, il apparaît clairement que le Fischer expérimental ($2.44 \cdot 10^{-5}$) est beaucoup plus petit que le Fischer théorique (5.32 d'après [2]), ce qui nous permet de dire que le modèle postulé est représentatif.

On remarque d'après le modèle obtenu que les interactions ont une faible influence sur la réponse. L'interaction X_1X_3 paraît plus importante que les autres, donc il serait préférable de travailler avec une turbine de diamètre égal à 0,081 m et une vitesse de rotation égale à 793 tr/mn.

Ainsi, en présence des chicanes dans la cuve agitée ($X_2=+1$), l'équation (6) devient alors :

$$Y=449,66 +130,58 X_1+105,55 X_3 + 33,07X_1X_3 \quad (7)$$

et en absence des chicanes ($X_2= -1$), l'équation (6) devient ainsi:

$$Y =407,06 +96,48 X_1+75,35 X_3 +14,61 X_1X_3 \quad (8)$$

En traçant les courbes d'isoreponse (graphe 5 et 6) pour le coefficient d'échange thermique global en fonction de X_1 et X_3 , on déduit que la réponse prend sa valeur optimale lorsque X_1 et X_3 sont au niveau +1.

5. Conclusion :

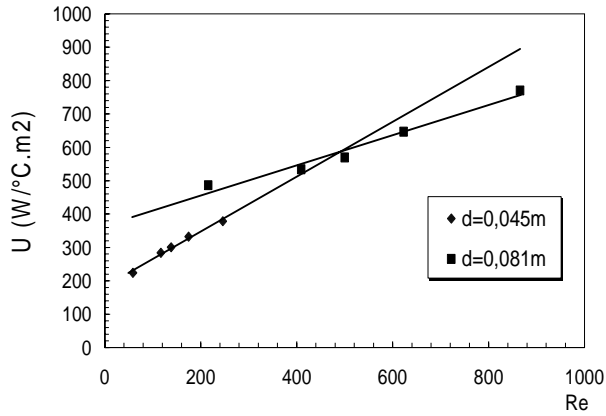
La méthode des plans d'expériences a été adaptée ici dans le but de modéliser la variation du coefficient d'échanges thermique global en fonction du diamètre de l'agitateur, de la vitesse de rotation et de la présence ou non des chicanes dans la cuve agitée.

Les résultats de cette étude montrent que la valeur du coefficient d'échange thermique global est maximale lorsqu'on agite le milieu avec un mobile d'agitation de diamètre égal à 0,081m tournant à une vitesse égale à 793 tr/min en présence des chicanes.

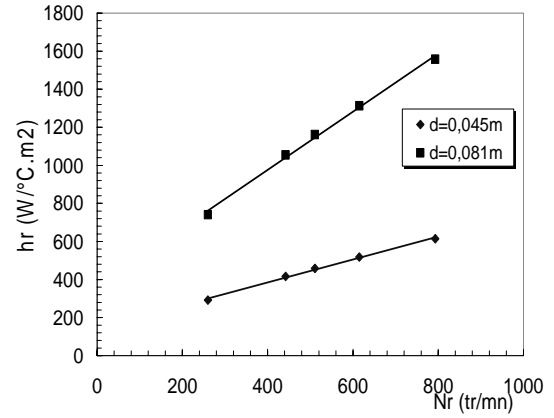
Le modèle obtenu peut être prévisionnel et pourra être utilisé ultérieurement pour estimer la valeur du coefficient d'échange sans effectuer des expériences. Cette valeur est déterminante et pourra être employée pour décrire la conduite thermique de tels appareils.

Références bibliographiques :

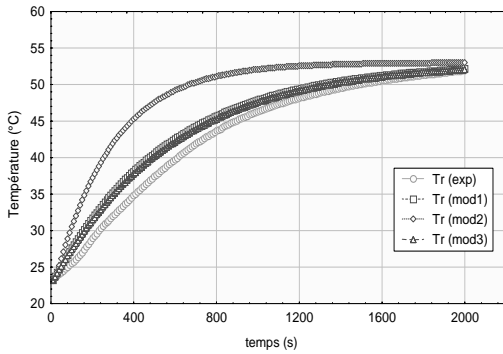
- [1] BELLET D., SENDELIN M. et THIRRIOT C. ; Détermination des propriétés thermophysiques de liquides non newtoniens à l'aide d'une cellule à cylindre coaxiaux ; *Int. Jour. Heat. Mass. Transfer*, Vol. 18(1975), pp. 1177-1187.
- [2] GOUPY J.; La méthode des plans d'expériences ; *Ed. DUNOD, Paris, (1996)*.
- [3] CHERGUI N., Etude expérimentale et modélisation d'un réacteur agité ; *Thèse de Magister, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO) ; (2006)*.
- [4] DEBAB A. ; Effet de l'agitation sur le transfert thermique dans les réacteurs agités ; *Thèse de doctorat, INP, ENSIACET Toulouse (France)(2002)*



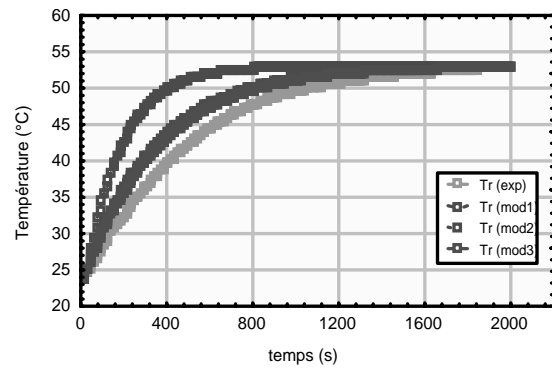
Graphe 1 : Evolution du coefficient d'échange global en fonction du nombre de Reynolds



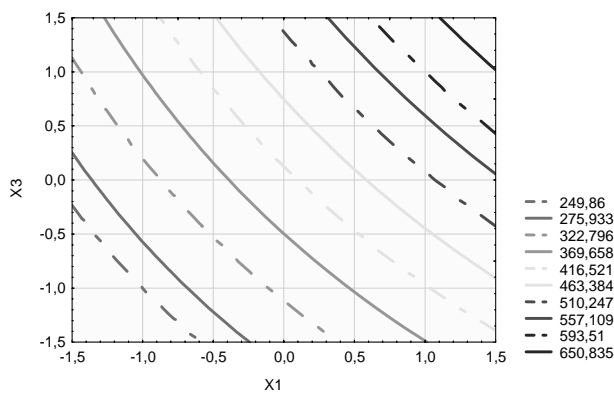
Graphe 2 : Evolution du coefficient d'échange local coté milieu agité en fonction de la vitesse de rotation.



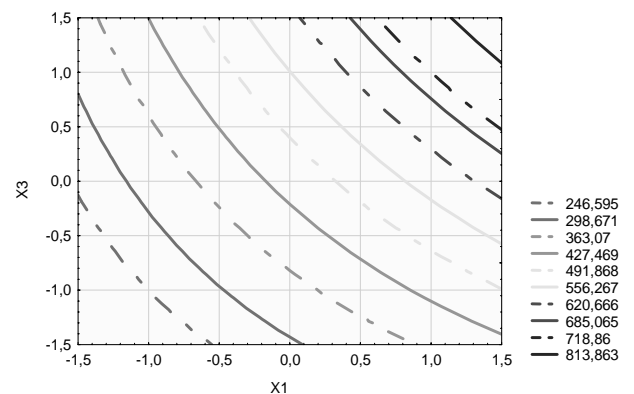
Graphe 3 : Température du milieu agité en fonction du temps : vitesse de rotation égale à 260 tr/mn et diamètre de l'agitateur égal à 0,045m



Graphe 4 : Température du milieu agité en fonction du temps : vitesse de rotation égale à 793tr/mn et diamètre agitateur égal à 0,045.



Graphe 5 : Courbes d'isoréponses : $X_2 = -1$



Graphe 6 : Courbes d'isoréponses : $X_2 = +1$