

# Ascension d'une particule fondante

Aurélie MAUNOURY\*, Cédric LE BOT, Eric ARQUIS

Laboratoire Transferts Ecoulements Fluides Energétique (TREFLE)  
16 avenue Pey- Berland – 33607 PESSAC

\* (auteur correspondant : [maunoury@enscpb.fr](mailto:maunoury@enscpb.fr))

**Résumé** – Le phénomène de transport de particules dans un fluide se rencontre dans de nombreux domaines d'application : énergétique, agroalimentaire... Nous avons entrepris la modélisation et la simulation numérique de l'ascension d'une particule fondante pour un régime modéré. L'analyse de ce processus va nous permettre de mieux comprendre l'hydrodynamique, les échanges thermiques liquide-solide et le phénomène de fusion dans le cas d'une ascension.

## Nomenclature

C	fraction volumique	T	température, K
$c_p$	capacité calorifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K$	u	Vitesse, $m.s^{-1}$
D	diamètre de la particule, $m$	<i>Indice</i>	
W	distance entre les parois latérales, $m$	p	particulaire
f	fraction volumique solide	c	critique
g	gravité, $m.s^{-2}$	ls	fusion
h	enthalpie, $J.kg^{-1}$	<i>Symboles grecs</i>	
K	confinement	$\lambda$	conductivité, $W.m^{-1}.K^{-1}$
m	masse, $kg$	$\mu$	viscosité dynamique, $Pa.s$
p	pression, $Pa$	$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
t	temps, $s$	$\beta$	dilatation, $K^{-1}$

## 1. Introduction

La tendance actuelle est de préserver l'environnement en particulier la couche d'ozone. Le protocole de Kyoto est une preuve de cette tendance. Ce protocole impose une limitation de l'utilisation des gaz à effet de serre pour les pays qui ont signés ce protocole. Parmi ces gaz, on compte les chlorofluorocarbones, ces gaz sont utilisés en particulier dans les systèmes réfrigérants. Ces systèmes doivent donc être remplacés. Une des solutions de remplacement est le coulis de glace. Le coulis de glace est composé d'une solution aqueuse et de glace. Cependant, ce procédé est encore mal défini. Une première étape à l'étude de ce procédé pourrait être d'étudier l'ascension d'une particule fondante. Cependant, dans la littérature, on trouve surtout des articles portant sur la sédimentation ou l'ascension de particule indéformable et isotherme ([1]).

Le travail qui vous est proposé aujourd'hui est l'étude de l'ascension d'une particule fondante par le biais d'une simulation numérique en 2D. Dans un premier temps, nous détaillons la méthodologie numérique appliquée. Puis, nous analysons les résultats obtenus à partir de la simulation numérique.

## 2. Méthodologie numérique

La modélisation numérique utilisée pour cette étude repose sur une méthode un fluide (One-Fluid Method) [2]. L'écoulement et les transferts thermiques de la particule sont résolus au cours du temps.

L'étude de l'écoulement diphasique (liquide-solide) se limitera aux fluides newtoniens en régime incompressible. On traduit ce problème par l'équation de conservation de la masse (1) et de conservation de quantité de mouvement (2):

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \rho g - \nabla p + \nabla \cdot (\mu(\nabla u + \nabla^t u)) \quad (2)$$

L'équation (2) est résolue par la méthode du Lagrangien Augmenté [3] (couplage entre vitesse et pression) dans lequel un algorithme itératif de minimisation permet d'assurer la contrainte d'incompressibilité (1). Les termes convectifs sont discrétisés au premier ordre (schéma hybride).

Notre étude porte sur les problèmes d'écoulements diphasiques. Afin de déterminer la position de chaque phase (liquide et particule) au cours du temps, une équation d'advection est résolue (3).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \nabla C = 0 \quad (3)$$

La variable C, (fonction de phase) définit les zones correspondant au fluide ( $C = 0$ ) et celle de la particule ( $C = 1$ ). L'interface liquide-solide se situe dans les zones où  $0 < C < 1$ . Cette équation est résolue par un schéma VOF (Volume Of Fluid). Celui-ci permet de reconstruire par morceaux la fonction C au cours du temps [4].

La résolution de l'équation de la chaleur (4) va nous permettre de prendre en compte les transferts de chaleur. Celle-ci sera réalisée par le biais d'un schéma centré.

$$\rho \cdot c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho h_s \frac{\partial f}{\partial t} \quad (4)$$

Le terme source  $-\rho h_s \frac{\partial f}{\partial t}$  représente le dégagement de chaleur provoqué par le changement de phase. La méthode utilisée pour modéliser le changement de phase [5] est basée sur la technique « New Source » développée par Voller [6].

La différence de température entre le solide et le liquide implique une variation de température du fluide aux alentours de la particule. Cette variation a pour conséquence la variation des propriétés physiques de la particule. Cette variation peut influencer la vitesse de la particule [7]. C'est pourquoi l'hypothèse de Boussinesq est ajoutée au jeu d'équation (5).

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_\infty)] \quad (5)$$

### 3. Analyse des résultats

#### 3.1. Validation de la méthode

Après avoir vérifié que la dynamique et les transferts de chaleur sont correctement modélisés par le code de calcul [8], nous passons à la simulation de l'ascension d'une particule fondante. Cependant, il nous faut vérifier que la modélisation de la fonte est correctement réalisée. Après avoir étudié la consommation de la masse au cours du temps qui nous a révélée une sous-consommation de masse inférieure à 1%, une comparaison des résultats obtenus par la simulation numérique avec ceux issus de l'article de H. Gan et al [9] est réalisée. Cet article étudie l'influence du nombre de Grashof sur la vitesse par l'intermédiaire du nombre de Reynolds lors de la sédimentation d'une particule fondante. Le rapport  $d/W$  également appelé confinement vaut 0.25, le nombre de Prandtl  $Pr = 0.7$ , le ratio de densité  $\rho_s/\rho_f = 1.00232$ , le nombre de Stefan vaut  $2.5225 \cdot 10^{-2}$ , le nombre de Reynolds vaut 21 si la particule ne fond pas et qu'elle possède température que le fluide. Le domaine choisi est un rectangle de 0.008 m de large et 0.08 m de hauteur avec des conditions limites de type paroi pour la vitesse et adiabatique pour la température. La particule cylindrique est de 0.002 m de diamètre, elle est placée au milieu de la largeur du domaine. Nous prenons les caractéristiques physiques et la température pour le fluide en fonction du nombre de Grashof choisi répertoriées dans le tableau 1. La température de fusion est de 273 K. Des simulations de sédimentation d'une particule fondante sont faites pour des valeurs de nombre de Grashof de 100, 800 et 5000. Le maillage utilisé est fixe, cartésien et raffiné aux alentours de la particule et tout au long de son déplacement, il est choisi de façon à obtenir à 40 mailles dans le diamètre de la particule. Le pas de temps est de  $10^{-4}$  s afin d'assurer la stabilité des schémas.

La figure 1 montre bien qu'aux temps courts ( $t^* = \text{temps}/d_{\text{initial}} \times U_{\text{sans fonte}}$ ) les résultats concordent bien avec ceux de Gan et al.. Aux temps intermédiaires, quelques anomalies apparaissent mais les profils sont correctement maintenus par rapport à ceux de Gan et al. pour tous les nombres de Grashof. Aux temps longs, tous les profils sont non-correlatifs. Ceci s'explique par l'utilisation du modèle 1-Fluide qui est sans grille de raffinement, contrairement au modèle ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) utilisé dans le travail de Gan et al. (voir Hu et al. [10]). Au dépend des ressources informatiques accrues, le modèle ALE peut suivre et préserver l'intégrité d'interface un pas au delà du modèle 1-Fluide, de sorte que l'erreur sur la vitesse de fonte de la particule soit meilleure au temps long. Cependant l'avantage fort de la méthode 1-Fluide sur le modèle ALE est la simplicité de la mise en œuvre en 3D, en ajoutant que l'adaptation du raffinement est faisable et que cette mise en œuvre est en cours de développement pour le moment.

	$\rho$ [kg.m <sup>-3</sup> ]	$\mu$ [Pa.s]	$T_f - T_F$ [K]	$\beta$ [K <sup>-1</sup> ]	$k$ [W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	$c_p$ [J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	$L_F$ [J.kg <sup>-1</sup> ]
Fluide Gr = 100	1000	$1 \times 10^{-3}$	10	$1.89 \times 10^{-5}$	1.76	1256	$5 \times 10^5$
Fluide Gr = 800	1000	$1 \times 10^{-3}$	20	$7.55 \times 10^{-5}$	1.08	753.6	$6 \times 10^5$
Fluide Gr = 5000	1000	$1 \times 10^{-3}$	20	$4.7 \times 10^{-4}$	1.43	1004	$8 \times 10^5$
Solide at 273 K	1002.32	1	—	—	2.1	2060	—

Tableau 1 : Caractéristiques physiques des fluides et du solide.

### 3.2. Influence du nombre de Stefan

L'étude de l'ascension d'une particule fondante en 2D est entreprise dans cette partie. Pour cela, on considère un domaine rectangle de 0.01 m de large et 0.1 m de haut. Le confinement de la particule est de 0.2. La particule est cylindrique, son diamètre vaut 0.002 m. Dans le cas d'une particule cylindrique, des instabilités de sillage et de trajectoires apparaissent lorsque le nombre de Reynolds devient supérieur à un nombre de Reynolds critique qui dans le cas d'un cylindre vaut 47. Les conditions limites sont de type paroi pour la vitesse et adiabatique pour la température. Le maillage utilisé est raffiné aux alentours de la particule et tout au long de son déplacement, il est de  $140 \times 1920$ , ce qui correspond à 40 mailles dans le diamètre de la particule. Le pas de temps choisi est de  $10^{-3}$  s afin d'assurer la stabilité des schémas. La température du domaine est de 293 K, celle de la particule vaut 263 K et celle de fusion vaut 273 K. Les caractéristiques physiques du fluide et du solide sont répertoriés dans le tableau 2. Le liquide correspond à de l'eau et le solide à de la glace. Afin de conserver un nombre de Reynolds inférieur au nombre de Reynolds critique l'accélération de la pesanteur est imposé à  $0.981 \text{ m.s}^{-2}$ . La chaleur latente est choisie à  $104.55 \cdot 10^3 \text{ J.kg}^{-1}$ . La figure 2 montre l'ascension de la particule au cours du temps avec un nombre de Stefan de 0.4. La particule est d'abord usée sur le dessus ce qui est provoqué par son mouvement. La particule ne reste donc pas cylindrique, nous parlerons donc de diamètre équivalent dans la suite de l'article. L'ascension de la particule est rectiligne puisque  $Re < Re_c$  et que la particule est placée au départ au centre des parois latérales.

	$\rho$ [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]	$\mu$ [ $\text{Pa.s}$ ]	$c_p$ [ $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ]	$k$ [ $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ]	$\beta$ [ $\text{K}^{-1}$ ]
Liquide	998	$0.993 \times 10^{-3}$	4198	0.597	$1.8 \times 10^{-4}$
Solide	917	1	2060	2.1	—

Tableau 2 : *Caractéristiques physiques du fluide et du solide.*

Une étude de l'influence du nombre de Stefan sur la vitesse, la température et la fonte de la particule est ensuite menée. Nous faisons varier le nombre de Stefan par l'intermédiaire de l'enthalpie de changement de phase. La figure 3 représente le nombre de Reynolds instantané pour différents nombres de Stefan. Aux temps courts, les courbes croient indifféremment aux nombres de Stefan. Puis, lorsque la fonte de la particule commence à influencer le mouvement de la particule les courbes se séparent. Un équilibre est atteint lorsque la flottabilité égalise la force de traînée, la courbe arrive à un pic puis chute. La chute est d'autant plus rapide que le nombre de Stefan est grand, le temps de fonte augmente avec la diminution du nombre de Stefan. La figure 4 représente le champ de température et les lignes de courant pour différents nombres de Stefan pour un même diamètre équivalent de particule solide. Elle montre que le champ de température s'étend avec la diminution du nombre de Stefan. Les lignes de courant sont également plus étendues lorsque le nombre de Stefan diminue.

## 4. Conclusion

Nous avons validé le code numérique en 2D pour les temps courts et intermédiaires. L'étude de l'influence du nombre de Stefan montre que l'augmentation du nombre de Stefan

implique la diminution du temps de fonte, l'équilibre flottabilité/force de traînée est atteint plus rapidement et la chute de vitesse plus importante. De plus, pour un même diamètre équivalent de particule solide, le champ de température et les lignes de courant s'étendent avec la diminution du nombre de Stefan. Ce travail pourrait être poursuivi par la simulation numérique de l'ascension d'une particule fondante avec une accélération de la pesanteur réelle ou en 3D ou encore par la simulation de l'ascension de plusieurs particules fondantes.

## Références

- [1] G. Pianet, A. Ten Cate, J.J. Derkensen, E. Arquis, Assessment of the 1-fluid method for DNS of particulate flows : sedimentation of a single sphere at moderate to high Reynolds numbers, *Journal of Computers and Fluids*, 36, Issue 2, 359-375, 2007
- [2] J.P. Caltagirone, S. Vincent, Sur une méthode de pénalisation tensorielle pour la résolution des équations de Navier-Stokes, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 2001.
- [3] R. Glowinski, P. Le Tallec, Augmented Lagrangian and operator-splitting methods in nonlinear mechanics, *Studies in Applied in Mathematics*, Volume 9, 1989.
- [4] J. Breil, *Modélisation du remplissage en propergol de Moteur à propulsion solide*, Thèse de l'Université de Bordeaux I (2001).
- [5] S. Vincent, E. Arquis, Numerical modeling of cooling and solidification of molten particles impacting a solid substrate, *Eurotherm*, 2000.
- [6] V.R. Voller, Fast implicit-difference method for the analysis of phase change problems. *Numerica Heat Transfer*, 17, 155-169, 1990.
- [7] A. Maunoury, C. LeBot, E. Arquis, Sédimentation d'une particule dans un fluide thermiquement stratifié, *Congrès Français de Thermique SFT 2006* (Ile de Ré, 16-19 mai), 27-32, 2006.
- [8] A. Maunoury, C. LeBot, E. Arquis, Sédimentation d'une particule dans un fluide thermiquement stratifié, *Congrès Français de Thermique SFT 2007* (Ile des Embiez, 29 mai – 1 juin), 265-270, 2007.
- [9] H. Gan, J. Chang, J.J. Feng, Simulation of the sedimentation of melting solid particles, *International Journal of Multiphase Flow*, 29, 751-769, 2003.
- [10] H.H. Hu, D.D. Joseph, M.J. Crochet, Direct simulation of fluid particle motions. *Theoret. Comput. Fluid Dyn.*, 3, 285–306, 1992.

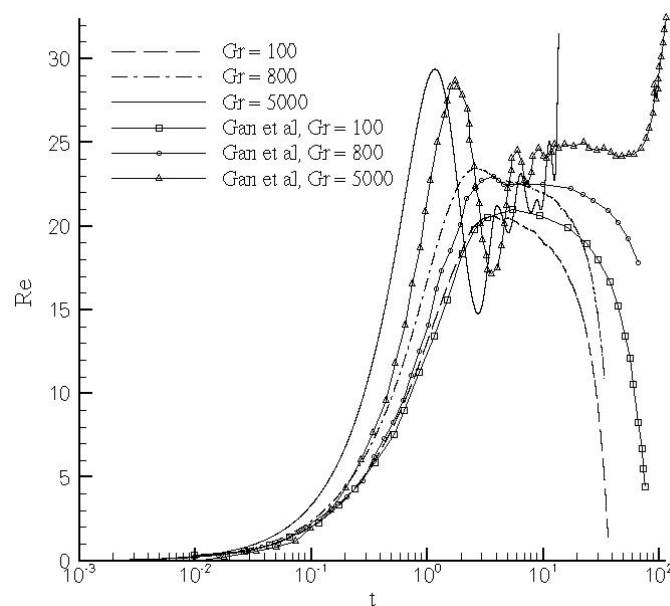


Figure 1 : Vitesse de sédimentation représentée par le nombre de Reynolds  $Re(t)$ . Pour  $Ste = 2.5125 \times 10^{-2}$

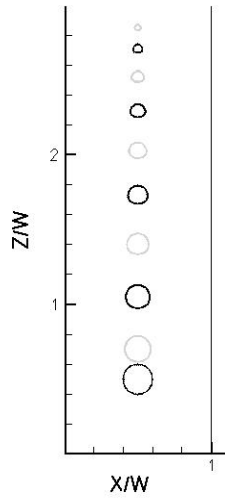


Figure 2 : Fusion de la particule pour  $Ste = 0.4$ .

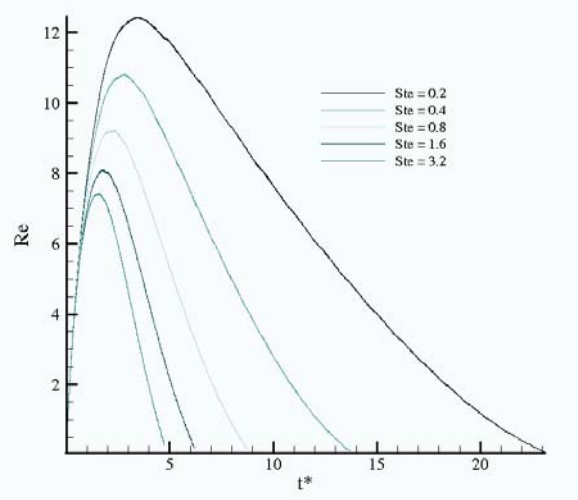


Figure 3 : Nombre de Reynolds instantané pour différents nombres de Stefan.

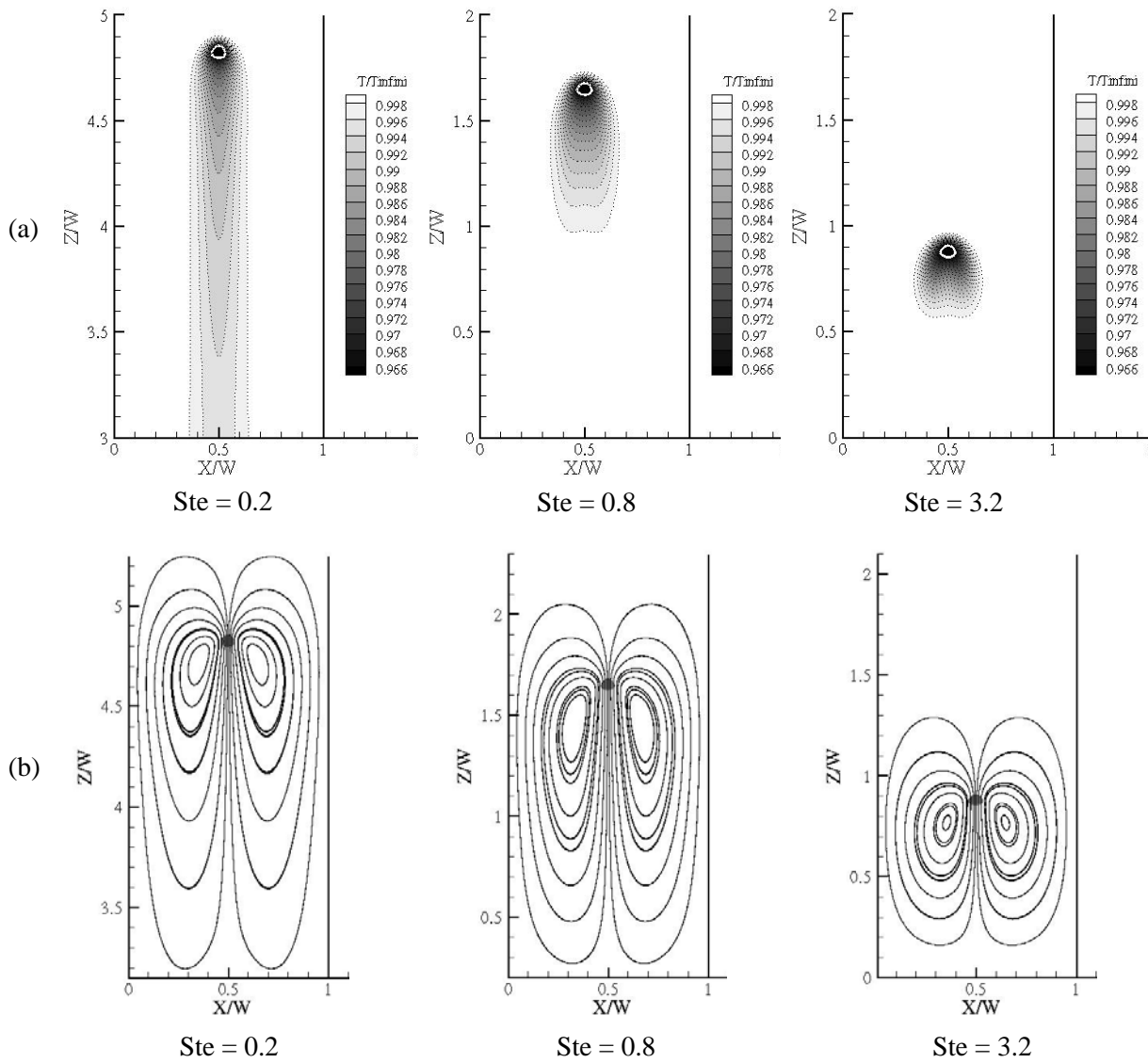


Figure 4 : Champ de température (a) et lignes de courant (b) pour différents nombres de Stefan pour  $d_{\text{équivalent}} = 6 \times 10^{-4} \text{ m}$ .