

Prédiction du comportement hydrodynamique et thermique de la zone d'entrée d'un échangeur de chaleur à double tube concentrique en configuration co-courants.

Larbi MANSOURI^{1*}, Mourad BALISTROU¹, Bernard BAUDOIN²

¹Laboratoire Energétique - Mécanique & Ingénierie

Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université M'Hamed BOUGARA, Boumerdes, Algérie

²Laboratoire du Département Energétique Industrielle

Ecole Nationale Supérieure des Mines, Douai, France

* (auteur correspondant : larbimansouri@yahoo.fr)

Résumé - Un modèle mathématique adimensionnel en 2D a été utilisé afin de décrire le comportement hydrodynamique et thermique de la zone d'entrée d'un échangeur de chaleur tubulaire en configuration co-courants. Les équations régissant la convection forcée dans la zone d'entrée ont été résolues numériquement dans le cas permanent par un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER utilisant la technique des volumes finis. Une comparaison des résultats simulés avec les résultats existant dans la littérature a permis de valider le modèle. Une analyse des résultats obtenus a, ensuite, été menée en vue de mettre en évidence l'influence du R_f^+ et celle du Pr sur le comportement de l'échangeur.

Nomenclature

D	diamètre hydraulique, m	XL	longueur axiale de l'échangeur, m
R	coordonnée radiale, m	XL^+	longueur axiale réduite, XL/R_c
R_f^+	rapport des rayons de l'échangeur, R_f/R_c	<i>Symboles grecs</i>	
S_{ϕ^+}	terme source	Γ_{ϕ^+}	coefficient de diffusion
T	température, K	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
Tcf^+	température réduite à l'interface fluide chaud-fluide froid ($e^+ \cong 0$)	ϕ^+	variable dépendante adimensionnelle
Twc^+	température réduite à l'interface fluide chaud-paroi	<i>Indices et exposants</i>	
Twf^+	température réduite à l'interface fluide froid-paroi	c	fluide chaud ou paroi extérieure de l'espace annulaire
U	vitesse axiale du fluide, $m.s^{-1}$	f	fluide froid ou interface fluide froid-paroi
V	vitesse radiale du fluide, $m.s^{-1}$	i	indice (= c ou f)
X	coordonnée axiale, m	w	paroi séparant les deux fluides ou interface fluide chaud-paroi
X^*	coordonnée axiale réduite, $2.X^+ / [(Re_f.Pr_f).R_f^+]$	(⁺)	indique des grandeurs adimensionnelles

1. Introduction

La zone d'entrée d'un échangeur de chaleur a attiré l'intérêt de plusieurs scientifiques car comprendre le comportement hydrodynamique et thermique de celle-ci permet d'optimiser les choix pour une bonne conception. En effet, le problème de l'écoulement thermique en cours d'établissement avec un profil de vitesse entièrement développé a fait l'objet des travaux de R. P. Stein [1-2]. L'apparition du rapport des rayons de l'échangeur comme un paramètre clef dans l'équation de l'énergie a, cependant, compliqué la solution avec les valeurs propres. Pour pallier cette difficulté, Stein a supposé un espace annulaire étroit qui peut être considéré

comme un espace entre deux plaques planes parallèles. En tenant compte de la courbure de l'espace annulaire, des modèles mathématiques ont été proposés ultérieurement par R. J. Nunge et W. N. Gill [3] et W. N. Gill et al. [4] où les effets de la conduction bidimensionnelle dans la paroi et axiale dans les fluides ont été négligés. D'autres travaux, portant notamment sur l'établissement simultané des champs de vitesse et de température en écoulement laminaire dans la zone d'entrée des conduites ayant des sections transversales arbitraires mais constantes, ont été rapportés dans la littérature [5-6]. S. Del Giudice et al. [5] ont présenté une étude numérique basée sur la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de la quantité de mouvement et de l'énergie tout en négligeant la diffusion axiale de la chaleur et de la quantité de mouvement dans le fluide. Différentes conditions thermiques aux limites pour des conduites de forme circulaire, plate, annulaire et triangulaire ont été appliquées afin de valider leur modèle. La solution du problème couplé, hydrodynamique et thermique, dans un espace annulaire avec un flux de chaleur pariétal constant a été obtenue par une méthode intégrale [6]. Les résultats ont été fournis sous forme de tableaux aussi bien pour plusieurs rapports des rayons que pour plusieurs nombres de Prandtl.

Ce travail est consacré à l'étude numérique de la convection forcée dans la zone d'entrée d'un échangeur de chaleur tubulaire en configuration co-courants. La diffusion axiale de la chaleur dans les fluides a été négligée cependant celle de la quantité de mouvement a été prise en compte dans le présent modèle. Une vitesse et une température constantes et uniformes de l'écoulement de chacun des deux fluides sont imposées à la section transversale d'entrée. Ainsi, les profils de vitesse et de température se développent simultanément dans la zone d'entrée. L'impact du rapport des rayons (R_f^+) et du nombre de Prandtl (Pr) sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'échangeur a été mis en évidence.

2. Modélisation

2.1. Configuration géométrique

Le système physique considéré est représenté schématiquement sur la figure 1. Il s'agit d'un échangeur de chaleur de type double tube concentrique. Il est constitué d'un tube circulaire de rayon intérieur R_f et de rayon extérieur $R_w > R_f$. Ce tube est placé d'une façon concentrique à l'intérieur d'un autre tube circulaire de rayon plus grand $R_c > R_w$. Un fluide froid s'écoule dans le tube interne tandis qu'un autre fluide chaud s'écoule dans l'espace annulaire entre les tubes. Ces deux fluides sont séparés par une paroi d'épaisseur $e = R_w - R_f$. L'arrangement d'écoulement en configuration co-courants a été retenu dans la présente étude. Dans ce type de configuration, les deux fluides aux différentes températures entrent dans l'échangeur du même côté, circulent dans la même direction et en sortent également du même côté. La symétrie du système physique par rapport à l'axe central du tube interne permet de ne considérer que la moitié de l'appareil pour les simulations numériques comme le montre la figure 1.

2.2. Hypothèses simplificatrices

La formulation mathématique du système physique décrit dans la figure 1 repose sur les hypothèses restrictives suivantes : 1) Ecoulement monophasique, laminaire, bidimensionnel en régime stationnaire. 2) Fluides visqueux, incompressibles et newtoniens. 3) Propriétés physiques des fluides constantes le long de l'échangeur évaluées à une même température de référence. 4) Effets de la dissipation visqueuse et ceux de la convection naturelle négligeables. 5) Résistance thermique de la paroi séparant les deux fluides négligeable. 6) Echanges de chaleur négligeables avec l'extérieur.

2.3. Mise en équations

Les équations gouvernant la convection forcée dans la zone d'entrée sont les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Il est, parfois, utile de mettre ces équations sous une forme réduite ou adimensionnelle. Les grandeurs de référence adoptées sont : R_c rayon extérieur de l'espace annulaire pour les longueurs, Um vitesse moyenne du fluide pour les vitesses, ρUm^2 qui est homogène à une pression pour les pressions et $Te_c - Te_f$ écart de température entre les deux fluides à l'entrée de l'échangeur de chaleur pour les températures. Le changement de variables est, ainsi, défini comme suit :

$$X^+ = \frac{X}{R_c}, \quad R^+ = \frac{R}{R_c}, \quad e^+ = \frac{e}{R_c},$$

$$R_i^+ = \frac{R_i}{R_c}, \quad U_i^+ = \frac{U_i}{Um_i}, \quad V_i^+ = \frac{V_i}{Um_i}, \quad P_i^+ = \frac{P_i}{\rho_i Um_i^2}, \quad T_i^+ = \frac{T_i - Te_f}{Te_c - Te_f} \quad (1)$$

Compte tenu de l'équation de continuité, les équations de conservation adimensionnelles régissant la convection forcée dans l'échangeur peuvent être mises sous une forme conservatrice générale tout en utilisant ϕ^+ comme variable dépendante réduite :

$$\frac{\partial}{\partial X^+} (U_i^+ \phi^+) + \frac{1}{R^+} \frac{\partial}{\partial R^+} (R^+ V_i^+ \phi^+) = \frac{\partial}{\partial X^+} \left(\Gamma_{\phi^+} \frac{\partial \phi^+}{\partial X^+} \right) + \frac{1}{R^+} \frac{\partial}{\partial R^+} \left(\Gamma_{\phi^+} R^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial R^+} \right) + A^+ + S_{\phi^+} \quad (2)$$

où l'indice i prend la lettre c pour le fluide chaud et la lettre f pour le fluide froid. Les expressions de Γ_{ϕ^+} et S_{ϕ^+} sont indiquées dans le tableau 1. Pour l'équation de quantité de mouvement, le terme A^+ représente le gradient de pression $-\partial P_i^+ / \partial X^+$ suivant X^+ et $-\partial P_i^+ / \partial R^+$ suivant R^+ . Pour les autres équations, $A^+ = 0$.

Géométrie	Grandeur	Equation			
		Masse	Qté de mvt suivant X^+	Qté de mvt suivant R^+	Energie
	ϕ^+	1	U_f^+	V_f^+	T_f^+
	Γ_{ϕ^+}	0	$\frac{2R_f^+}{Re_f}$	$\frac{2R_f^+}{Re_f}$	$\frac{2R_f^+}{Re_f \cdot Pr_f}$
Conduite circulaire	S_{ϕ^+}	0	0	$-\Gamma_{\phi^+} \frac{V_f^+}{R^{+2}}$	0
	ϕ^+	1	U_c^+	V_c^+	T_c^+
	Γ_{ϕ^+}	0	$\frac{2(1 - R_f^+ - e^+)}{Re_c}$	$\frac{2(1 - R_f^+ - e^+)}{Re_c}$	$\frac{2(1 - R_f^+ - e^+)}{Re_c \cdot Pr_c}$
Espace annulaire	S_{ϕ^+}	0	0	$-\Gamma_{\phi^+} \frac{V_c^+}{R^{+2}}$	0

Tableau 1 : Définition de l'équation (2)

En considérant les écoulements, hydrodynamique et thermique, en cours d'établissement pour les deux fluides, les conditions aux limites réduites peuvent s'écrire comme suit :

$$X^+ = 0 \text{ et } 0 \leq R^+ \leq R_f^+ \rightarrow Ue_f^+ = 1; Ve_f^+ = Te_f^+ = 0 \quad (3a)$$

$$X^+ = 0 \text{ et } R_w^+ \leq R^+ \leq 1 \rightarrow Ue_c^+ = 1; Ve_c^+ = 0; Te_c^+ = 1 \quad (3b)$$

$$X^+ = XL^+ \text{ et } 0 \leq R^+ \leq R_f^+ \rightarrow \frac{\partial U_f^+}{\partial X^+} = \frac{\partial V_f^+}{\partial X^+} = \frac{\partial T_f^+}{\partial X^+} = 0 \quad (3c)$$

$$X^+ = XL^+ \text{ et } R_w^+ \leq R^+ \leq 1 \rightarrow \frac{\partial U_c^+}{\partial X^+} = \frac{\partial V_c^+}{\partial X^+} = \frac{\partial T_c^+}{\partial X^+} = 0 \quad (3d)$$

$$0 < X^+ < XL^+ \text{ et } R^+ = 0 \rightarrow \frac{\partial U_f^+}{\partial R^+} = V_f^+ = \frac{\partial T_f^+}{\partial R^+} = 0 \quad (3e)$$

$$0 < X^+ < XL^+ \text{ et } R^+ = 1 \rightarrow U_c^+ = V_c^+ = \frac{\partial T_c^+}{\partial R^+} = 0 \quad (3f)$$

2.3.1. Températures moyennes réduites

Pour un fluide de propriétés physiques constantes, la température moyenne réduite à une section transversale déterminée d'une conduite est donnée par :

- Écoulement froid (tube interne) :

$$Tm_f^+(X^+) = \frac{2}{R_f^{+2}} \int_0^{R_f^+} U_f^+(R^+) T_f^+(X^+, R^+) R^+ dR^+ \quad (4)$$

- Écoulement chaud (espace annulaire) :

$$Tm_c^+(X^+) = \frac{2}{[1 - (R_f^+ + e^+)^2]} \int_{R_w^+}^1 U_c^+(R^+) T_c^+(X^+, R^+) R^+ dR^+ \quad (5)$$

La méthode des trapèzes a été utilisée afin d'évaluer numériquement les intégrales figurant dans les équations (4) et (5).

2.3.2. Nombres de Nusselt locaux

Le transfert de chaleur entre une paroi et un fluide en écoulement peut être caractérisé par un coefficient adimensionnel, le nombre de Nusselt local :

- Pour l'écoulement froid :

$$Nu_f(X^+) = \frac{(2 R_f^+) \frac{\partial T_f^+}{\partial R^+}(X^+, R_f^+)}{Tw_f^+(X^+, R_f^+) - Tm_f^+(X^+)} \quad (6)$$

- Pour l'écoulement chaud :

$$Nu_c(X^+) = \frac{[2(1 - R_f^+ - e^+)] \frac{\partial T_c^+}{\partial R^+}(X^+, R_w^+)}{Tm_c^+(X^+) - Tw_c^+(X^+, R_w^+)} \quad (7)$$

3. Méthode de résolution

Afin de réaliser le maillage de la géométrie, un programme en langage fortran a été établi. Ce maillage, à pas spatial variable et raffiné, a été généré de façon à bien capter les forts gradients de vitesse et de température près de l'entrée de l'échangeur ainsi qu'au voisinage de ses parois intérieures. En considérant un écoulement hydrodynamique en cours d'établissement (*EHC*) dans la zone d'entrée, la distribution de vitesses dans les fluides froid et chaud n'est pas connue et on peut la déterminer par résolution des équations de Navier-Stokes. Le champ de vitesse calculé peut, ensuite, être introduit dans l'équation de l'énergie afin d'obtenir la distribution de température dans l'échangeur. Une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis avec un schéma d'approximation de la "loi de puissance" a été retenue pour résoudre ces équations différentielles. Le système d'équations discrétisées a été résolu par la méthode itérative ligne par ligne, décrite dans [7], en utilisant un coefficient de

relaxation afin de contrôler la convergence de la vitesse vers sa valeur exacte. La résolution du couplage vitesse-pression sur un maillage décalé a été assurée par l'algorithme SIMPLER. Plusieurs tests de simulations numériques ont été effectués pour différentes conditions d'écoulement en vue d'examiner les effets du nombre de nœuds et ceux du nombre d'itérations sur la solution. Les différentes grandeurs physiques ont fait l'objet d'une surveillance locale en certains points de l'échangeur.

4. Résultats et discussion

4.1. Validation

Le modèle numérique a été validé par comparaison des résultats simulés avec les résultats semi-analytiques issus de la solution des valeurs propres [3] et de celle de l'approche de similarité [4] pour un échangeur de chaleur tubulaire à co-courants avec les données suivantes : $R_f^+ = 0,5$, $e^+ = 0,0001$, $Re_f = 200$, $Re_c = 300$, $Pr_f = Pr_c = 5$. Les figures 2 et 3 montrent que les courbes simulées du nombre de Nusselt local basé sur la température moyenne du fluide tout en utilisant les profils parabolique et logarithmique de Hagen-Poiseuille ($H-P$), courbes en symbole carré, sont en très bonne concordance avec celles obtenues semi-analytiquement en [3] et [4] où l'écoulement hydrodynamique est considéré entièrement développé depuis l'entrée tandis que l'écoulement thermique est cours d'établissement. Aussi, un accord qualitatif peut être constaté entre les résultats du nombre de Nusselt local obtenus en résolvant les équations de Navier-Stokes, courbes en trait continu, et les résultats des références [3] et [4]. La différence apparente observée avec [4] est limitée à une petite région près de l'entrée où $X^* < 2 \cdot 10^{-3}$. Cela est dû au fait que le présent modèle suppose un développement simultané des profils de vitesse et de température. On remarque particulièrement que l'écart est un peu important pour Nu_f si on voit bien celui de Nu_c en raison d'un développement relativement lent du profil de vitesse dans le tube interne par rapport au développement du profil de vitesse dans l'espace annulaire en fonction de la distance axiale adimensionnelle.

4.2. Influence du rapport des rayons sur le profil de vitesses

Pour une épaisseur négligeable de la paroi séparant les fluides froid et chaud $e^+ = 0,0001$ et en fixant le nombre de Prandtl des deux fluides à $Pr = 5$, le nombre de Reynolds des deux écoulements à $Re = 100$ et le rapport des rayons de l'échangeur à $R_f^+ = 0,3$ puis à $R_f^+ = 0,6$, le profil de vitesses axiales réduites ainsi que la vitesse axiale réduite maximale des deux fluides sont représentés dans les figures 4 et 5, respectivement. Comme on le constate sur ces figures, une vitesse réduite constante égale à 1 pour chacun des deux fluides est imposée à l'entrée de l'échangeur. Cette vitesse tend à augmenter avec la distance axiale réduite X^+ . Une fois l'écoulement hydrodynamique est entièrement développé, celle du fluide froid atteint une valeur maximale de 2 au centre du tube interne à $R^+ = 0$ indépendamment du rapport des rayons utilisé. Par contre, la vitesse réduite du fluide chaud se stabilise à une valeur limite qui dépend du R_f^+ . Elle prend un maximum de l'ordre de 1,522 à $R^+ = 0,614$ pour $R_f^+ = 0,3$ et 1,504 à $R^+ = 0,791$ pour $R_f^+ = 0,6$. On peut aisément vérifier que ces résultats sont en très bon accord avec ceux issus des profils parabolique et logarithmique de Hagen-Poiseuille. Aussi, il apparaît clairement comme l'illustrent les figures 4a et 5a, que le profil de vitesse dans l'espace annulaire s'établit un peu plus rapidement en comparaison avec l'établissement de celui dans le tube interne en fonction de la distance axiale réduite pour des faibles valeurs du rapport des rayons ($R_f^+ = 0,3$). Cependant, les figures 4b et 5b, quant à elles, montrent que cet établissement du profil de vitesse devient encore plus rapide pour le fluide chaud et plus

lent pour le fluide froid quand le rapport des rayons est élevé ($R_f^+ = 0,6$). En effet avec un Re donné, l'augmentation du R_f^+ entraîne une augmentation de la section transversale du passage du fluide froid et les particules fluides de ce dernier sont de plus en plus moins serrées les unes aux autres. Ceci conduit à une diminution de la vitesse de ce fluide à une position R^+ donnée et, par conséquent, le développement du profil de vitesse dans le tube interne est plus lent. En revanche, un comportement inverse est constaté dans l'espace annulaire en augmentant le rapport des rayons avec une section transversale du passage du fluide chaud qui décroît causant ainsi un établissement plus rapide du profil de vitesse de ce fluide chaud.

4.3. Influence du nombre de Prandtl sur les échanges thermiques

Dans le but de mieux comprendre l'impact du comportement hydrodynamique des deux fluides sur les échanges thermiques dans la zone d'entrée, plusieurs tests de simulations numériques ont été effectués en faisant varier le nombre de Prandtl (les nombres de Prandtl étant les mêmes pour les deux fluides : $Pr_f = Pr_c = Pr$) tout en considérant une épaisseur négligeable de la paroi $e^+ = 0,0001$ et en prenant un rapport des rayons constant $R_f^+ = 0,5$. L'écoulement dans le tube interne et celui dans l'espace annulaire ont, également, le même nombre de Reynolds $Re_f = Re_c = Re = 300$. Les résultats obtenus en fonction de la distance X^* sont indiqués sur les figures 6 et 7. Ces figures révèlent que, pour un $Pr \geq 5$ (cas des huiles), les températures moyennes réduites des deux fluides et les températures réduites à l'interface fluide chaud-fluide froid se rapprochent les unes des autres et leurs courbes se confondent depuis l'entrée de l'échangeur avec celles issues de l'écoulement hydrodynamique établi (EHE) où les profils parabolique et logarithmique de Hagen-Poiseuille ont été utilisés. L'effet visqueux, dans ce cas, est dominant et, par conséquent, le profil de vitesse se développe beaucoup plus rapidement par rapport à celui de la température. Par contre, pour les fluides ayant un $Pr < 5$ (cas des métaux liquides), les courbes des températures moyennes réduites des deux fluides ou de l'un des deux ainsi que celles des températures réduites à l'interface fluide chaud-fluide froid sont, en général, décalées les unes par rapport aux autres du moment où les forces visqueuses n'ont pas d'effet significatif. L'établissement du profil de température, dans ce cas, est plus rapide en comparaison avec celui du profil de vitesse. Ces résultats permettent de conclure que, pour des nombres de Prandtl élevés, les solutions basées sur l'hypothèse de l'écoulement hydrodynamique établi des fluides, dès l'entrée, dans l'analyse et la conception des échangeurs sont des bonnes approximations et représentent fidèlement le phénomène physique. À noter que la distinction entre X^+ pour la vitesse et X^* pour la température est plus que nécessaire pour ce genre de problèmes. Un mauvais choix de la coordonnée axiale pourrait entraîner des résultats aberrants.

5. Conclusion et perspectives

Les résultats obtenus ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- L'augmentation du rapport des rayons conduit à un établissement hydrodynamique plus rapide dans l'espace annulaire et plus lent dans le tube interne.
- Pour les fluides ayant un nombre de Prandtl supérieur ou égal à 5 (cas des huiles par exemple), il est possible de supposer que le profil de vitesse de ces fluides est entièrement développé depuis l'entrée de l'échangeur sans courir aucun risque d'erreurs.

Par la suite, ces résultats seront complétés par des investigations plus approfondies concernant l'influence du rapport des rayons, du nombre de Prandtl et bien d'autres paramètres tels que le nombre de Reynolds sur le comportement hydrodynamique et thermique de la zone d'entrée de l'échangeur.

Références

- [1] R. P. Stein, Heat transfer coefficients in liquid metal concurrent flow double pipe heat exchangers, *Chem. Eng. Prog. Sym. Series*, 61-59 (1965a), 64-75.
- [2] R. P. Stein, The Graetz problem in concurrent flow double pipe heat exchangers, *Chem. Eng. Prog. Sym. Series*, 61-59 (1965b), 76-87.
- [3] R. J. Nunge, W. N. Gill, An analytical study of laminar counterflow double-pipe heat exchangers, *A. I. Ch. E. Journal*, 12-2 (1966), 279-289.
- [4] W. N. Gill, E. W. Porta, R. J. Nunge, Heat transfer in thermal entrance region of cocurrent flow heat exchangers with fully developed laminar flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11 (1968), 1408-1412.
- [5] S. Del Giudice, M. Strada, G. Comini, Laminar heat transfer in the entrance region of ducts, *Num. Heat Transfer*, 2 (1979), 487-496.
- [6] H. S. Heaton, W. C. Reynolds, W. M. Kays, Heat transfer in annular passages, simultaneous development of velocity and temperature fields in laminar flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 7 (1964), 763-781.
- [7] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow (Series in computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences)*, Hemisphere Publishing Corporation, New York (1980).

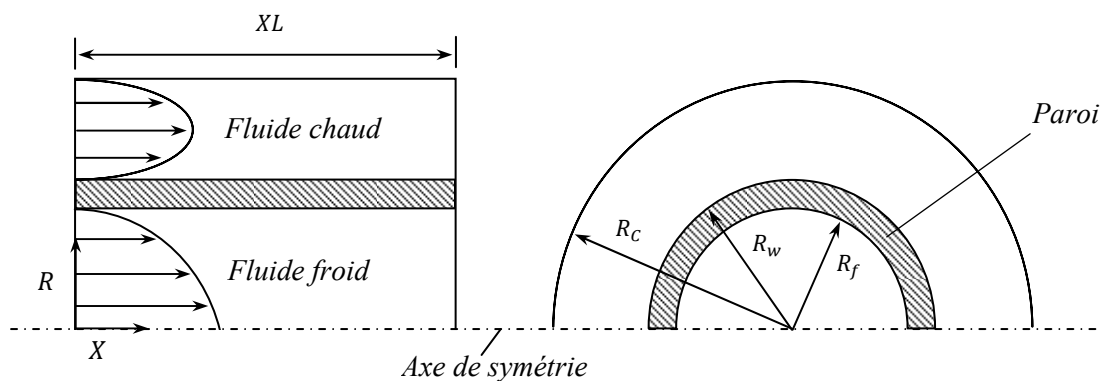


Figure 1 : Schéma d'un échangeur de chaleur tubulaire à co-courants en coordonnées réelles

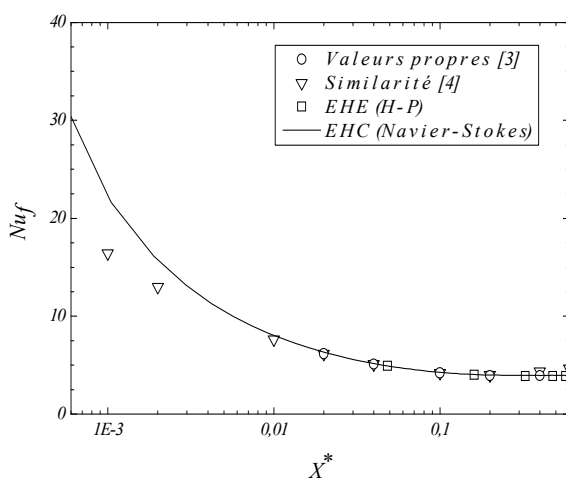


Figure 2 : Variations axiales du nombre de Nusselt local de l'écoulement froid. Validation avec les références [3] et [4]

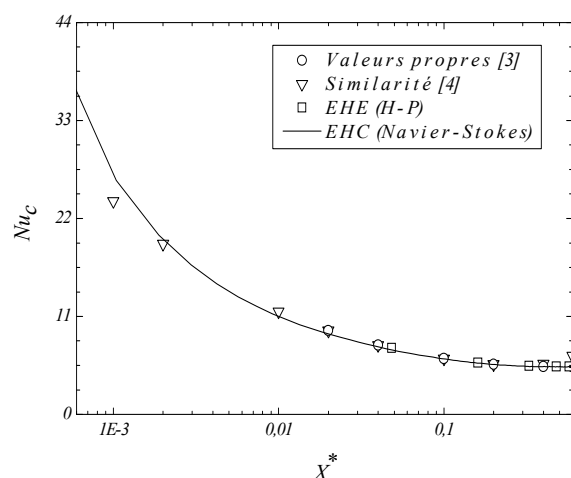
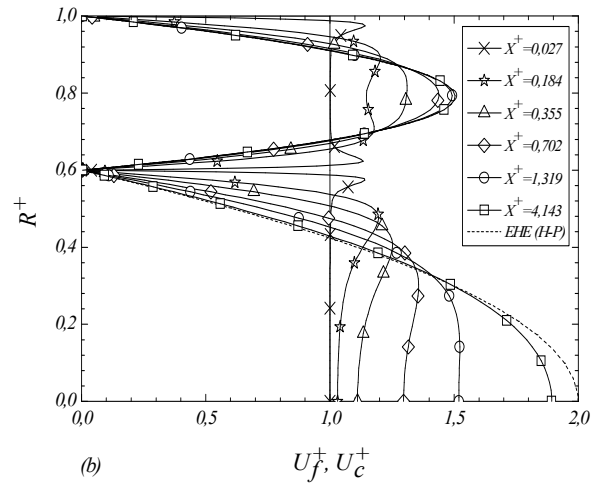
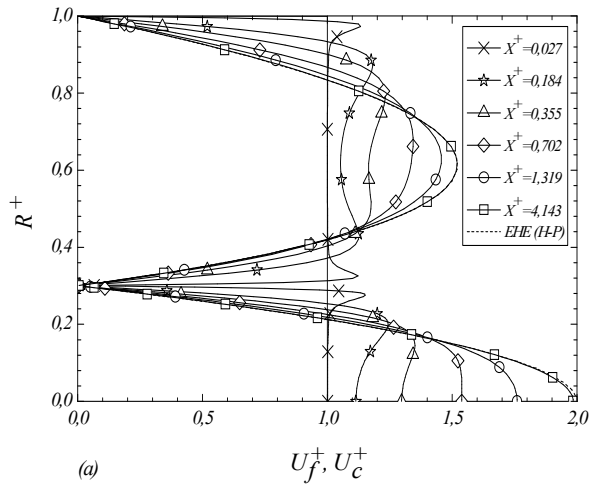
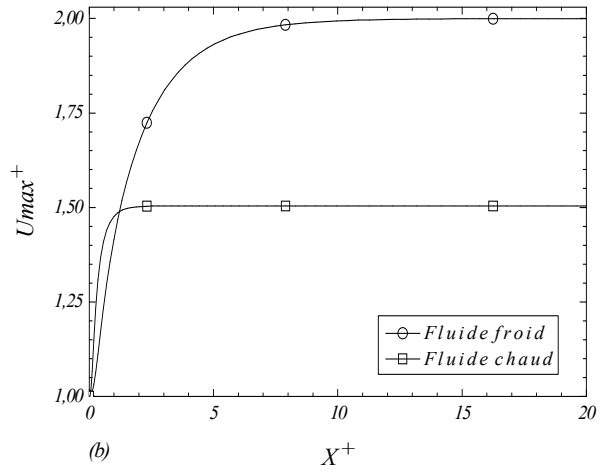
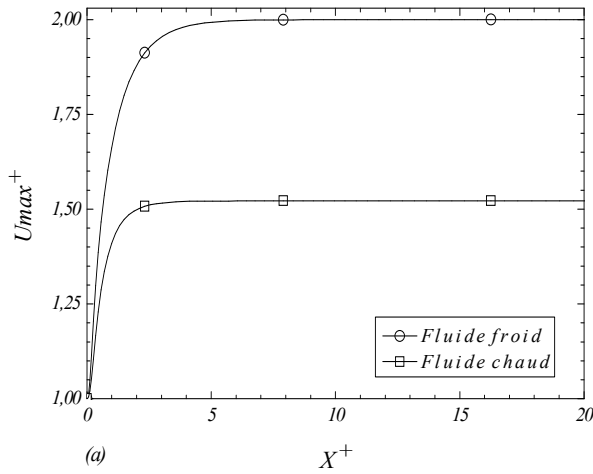


Figure 3 : Variations axiales du nombre de Nusselt local de l'écoulement chaud. Validation avec les références [3] et [4]



Figures 4 : Profils de vitesses axiales adimensionnelles à différentes positions axiales
 a) $R_f^+ = 0,3$; b) $R_f^+ = 0,6$



Figures 5 : Evolution de la vitesse axiale réduite maximale des fluides le long de l'échangeur
 a) $R_f^+ = 0,3$; b) $R_f^+ = 0,6$

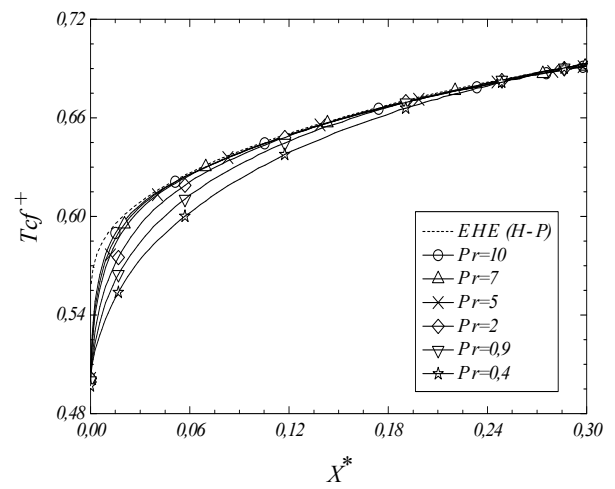
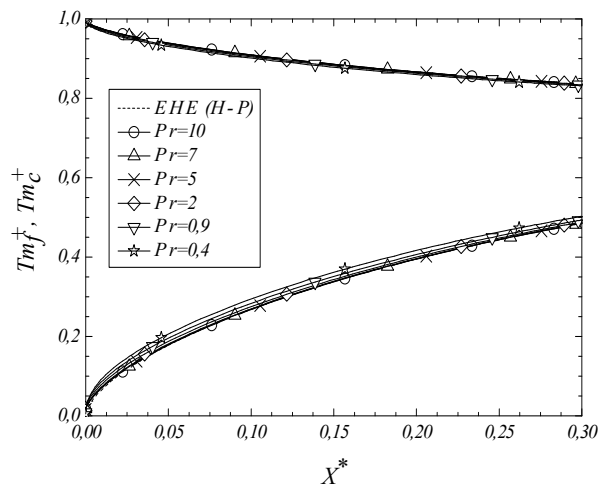


Figure 6 : Distribution axiale de la température moyenne réduite des fluides pour différentes valeurs du nombre de Prandtl

Figure 7 : Variations axiales de la température réduite à l'interface fluide chaud-fluide froid pour différentes valeurs du nombre de Prandtl