

Estimation de la diffusivité thermique locale de peintures murales du patrimoine par thermographie infrarouge stimulée

K. Mouhoubi*, J.L. Bodnar*, J.L. Nicolas*, V. Detalle**, J.M. Vallet***, T. Duvaut*

* GRESPI/ ECATHERM, UFR Sciences Exactes et Naturelles, BP 1039, 51687 Reims cedex 02

** Laboratoire de Recherche des Monuments Historiques, 29 avenue du Paris, 77420 Champs sur Marne

*** Centre Interdisciplinaire de Conservation et Restauration du Patrimoine, 21 rue Guibal, 13003 Marseille.

(Auteur correspondant : jl.bodnar@univ-reims.fr)

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une nouvelle méthode d'estimation de la diffusivité thermique locale de peintures murales du patrimoine. Cette méthode repose sur l'analyse temporelle de la réponse thermique d'une œuvre d'art soumise à une excitation laser locale. Nous présentons d'abord le principe de la méthode d'estimation. Nous montrons ensuite, théoriquement, à l'aide de simulations numériques, la faisabilité de la méthode. Nous montrons enfin expérimentalement, que la méthode permet une bonne estimation de la diffusivité thermique d'un échantillon de plâtre puis d'une fresque académique.

Nomenclature

| | | | |
|---|---|-----------|---------------------------------|
| a | Diffusivité thermique, m^2/s | R | Rayon d'excitation, m |
| b | Effusivité thermique du matériau, $J / K.m^2.s^{1/2}$ | t | Temps, s |
| c | Capacité calorifique, $J/Kg K$ | T | Température, K |
| e | Constante de Neper | T_{ext} | Température extérieure, K |
| F | Transformée de Fourier | T_{max} | Température maximale, K |
| H | Fonction de Bessel | z | Coordonnée spatiale, m |
| i | Indice complexe | δ | Fonction delta de Dirac |
| J | Fonction de Bessel | λ | Conductivité thermique, $W/m K$ |
| L | Épaisseur, m | ω | Pulsation, rad / s |
| Q | Énergie, J | ρ | Masse volumique, kg/m^3 |
| r | Coordonnée spatiale, m | σ | Variable de Hankel |

1. Introduction

Le domaine de la restauration et de la conservation des œuvres d'art du patrimoine est demandeur de techniques de contrôle et de caractérisation non destructive. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer la thermographie infrarouge stimulée. La littérature scientifique montre déjà que cette méthode est très efficace pour la détection et la localisation d'altérations structurales affectant des œuvres du patrimoine telles que des déplacements ou les délaminages [1-7]. La demande de caractérisation géométrique de ces défauts pousse les équipes de recherche à développer des outils d'estimation de propriétés thermophysiques, utilisables in situ. Par exemple, vouloir estimer par thermographie infrarouge stimulée, la profondeur d'un défaut nécessite la connaissance locale de la diffusivité thermique du matériau constitutif de l'œuvre d'art. Dans de précédents travaux [8-10], nous avons proposé trois méthodes permettant une mesure locale de diffusivité thermique. Elles mettaient en œuvre une excitation laser locale associée à un post traitement mathématique. Les principes de ces techniques étaient les suivants : Dans le premier cas [8], Le post traitement mis en œuvre, consistait en une analyse de Fourier spatiale des thermogrammes obtenus. Dans le second cas [9], le post traitement mis en œuvre consistait en une analyse temporelle du rayon

caractéristique de la signature thermique de l'excitation laser. Enfin, dans le troisième cas [10], le post traitement mis en œuvre consistait en l'analyse temporelle du maximum de température de cette signature thermique. Le travail que nous présentons ici, vise à proposer une quatrième méthode d'estimation. Elle repose d'abord, comme les trois précédentes sur la mise en œuvre d'une excitation laser locale, ce qui assure une analyse in situ. Elle repose ensuite sur l'analyse de l'évolution temporelle de l'aire située sous un profil spatial tracé au centre de la signature thermique de la tache laser. Ce sont les résultats obtenus dans ce cadre que nous présentons ici. Nous présentons d'abord le principe de la méthode d'estimation. Nous montrons ensuite, théoriquement, à l'aide de simulations numériques la faisabilité de la méthode. Nous montrons enfin, expérimentalement, que la méthode permet une bonne estimation de la diffusivité thermique d'un échantillon de plâtre puis d'une fresque académique.

2. Méthode de mesure de diffusivité thermique locale

Le mode opératoire de la méthode de mesure de diffusivité thermique locale développée pour l'étude est le suivant : Un échantillon est soumis sur sa face avant à une excitation laser localisée. Cette excitation est temporellement proche d'une fonction delta de Dirac $\delta(t)$ et est spatialement de forme gaussienne. La mesure de l'évolution spatio-temporelle du champ de température induite par cette excitation, à l'aide d'une caméra de thermographie infrarouge permet d'estimer à l'aide d'un post-traitement mathématique, la valeur de la diffusivité thermique du matériau. Examinons en détails ce post-traitement mathématique sur lequel est fondée cette technique de mesure. Soit une plaque d'épaisseur L , semi infinie en r . Soit une perturbation thermique très brève (Fonction delta de Dirac $\delta(t)$), et de forme gaussienne spatialement. Cette excitation est appliquée à l'instant initial $t = 0$ au centre de la plaque afin de s'affranchir des effets de bord. Soit R , le rayon caractéristique de cette tâche d'excitation (mesurée à Q_{\max}/e^2). Soit λ , ρ , C et a , respectivement, la conductivité thermique, la masse volumique, la capacité calorifique et la diffusivité thermique du matériau constitutif de la plaque étudiée. L'échantillon est initialement en équilibre thermique avec son environnement. Enfin, dans ce modèle nous négligerons les échanges convecto-radiatifs entre l'échantillon étudié et l'environnement. La traduction mathématique de ces hypothèses conduit au système différentiel suivant (1) :

$$\Delta T(r, z, t) = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{En } z = 0 : -\lambda \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial t} = \frac{2Q}{\pi R^2} \text{Exp}\left(-\frac{2r^2}{R^2}\right) \delta(t)$$

$$\text{En } z = L : -\lambda \frac{\partial T(r, L, t)}{\partial t} = 0$$

$$\text{A } t = 0 : T = T_{\text{ext}}$$

La résolution de ce système différentiel met en œuvre deux transformations intégrales ; d'une part une transformation de Hankel d'ordre 0 sur l'axe r (2)

$$H_0\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r}\right)\right] = -\sigma^2 \int_0^{\infty} r \cdot J_0(\sigma \cdot r) T(r, z, t) \cdot dr \quad (2)$$

et d'autre part, une transformation de Fourier par rapport au temps (3).

$$F\left(\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t}\right) = \frac{i \cdot \omega}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(r, z, t) \cdot \exp(-i \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \quad (3)$$

Elle permet d'aboutir à l'expression de l'évolution spatio-temporelle de la température en face avant de l'échantillon étudiée donnée par la formule (4).

$$T(r, 0, t) \approx \frac{2Q}{b\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{R^2 + 8at} \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{R^2 + 8at}\right) \quad (4)$$

Notons

$$T_{\max}(0, 0, t) \approx \frac{2Q}{b\sqrt{\pi^3 t}} \cdot \frac{1}{R^2 + 8at} \quad (5)$$

et calculons l'intégrale spatiale de (4). Nous obtenons (6) :

$$I(t) = \frac{1}{2} \cdot T_{\max}(0, 0, t) \cdot (R^2 + 8at) \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{2}{R^2 + 8at}} \cdot r\right) \quad (6)$$

Étudions maintenant les caractéristiques de la fonction « erreur ». La figure 1 montre que cette fonction tend vers 1 dès que son argument est supérieur à 2.

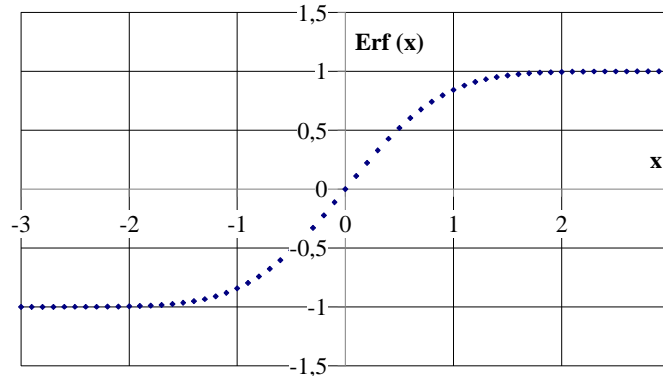


Figure 1 : Les propriétés de la fonction erreur

Dans notre cas d'étude, cela se traduit donc par

$$r^2 > 2 (R^2 + 8at) \quad (7)$$

En considérant maintenant un rayon d'excitation de $R = 1,8$ mm, une diffusivité thermique égale à $a = 3.5 \cdot 10^{-7}$ m²/s et une durée d'analyse $t = 1$ s (ce sont les conditions expérimentales classiquement rencontrées dans notre étude), cette condition devient :

$$r > 1,6 R \quad (8)$$

Il est donc possible de négliger la fonction erreur dans l'expression (6) dès que la borne d'intégration de l'intégrale sera supérieure à $1,6 R$. Dans ces conditions, nous avons alors (9)

$$I(t) = \frac{1}{2} \cdot T_{\max}(0, 0, t) \cdot (R^2 + 8at) \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (9)$$

Ce qui peut s'écrire (10)

$$R^2 + 8at = \frac{2}{\pi} \left(\frac{I(t)}{T_{\max}(0,0,t)} \right)^2 \quad (10)$$

Cette expression montre alors la possibilité d'aboutir à l'estimation de la diffusivité thermique recherchée à partir de l'estimation de la pente de l'évolution temporelle du rapport de l'intégrale spatiale de la signature thermique de l'excitation laser par rapport à la température maximale de cette signature.

3. Etude théorique

Afin de tester cette nouvelle technique de mesure de diffusivité thermique locale, nous avons d'abord entrepris une série de simulations, basées sur l'utilisation de la méthode des éléments finis pour résoudre le système différentiel précédent (1). Les conditions de simulations retenues pour l'étude sont les suivantes : Tout d'abord, nous nous sommes placés en géométrie 3D. Ensuite, nous avons considéré un bloc de plâtre, ayant des propriétés thermophysiques proches de celles d'une peinture murale. Nous avons considéré une conductivité thermique de $\lambda = 0,4 \text{ W/mK}$, une masse volumique de $\rho = 1100 \text{ Kg/m}^3$, une chaleur spécifique de $c = 830 \text{ J/Kg K}$, soit une diffusivité thermique théorique $a = 4,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Par souci de simplicité, la forme de ce bloc de plâtre a été prise rectangulaire. Ses dimensions sont une longueur de 12 cm, une largeur de 12 cm et une épaisseur de 3 mm. Une excitation énergétique a été déposée au centre de ce bloc de plâtre. La forme temporelle de cette excitation est un créneau. La durée de ce créneau est égale à 20 ms. La forme spatiale de cette excitation est une gaussienne. Le rayon caractéristique d'excitation a été fixé à $R = 1,8 \text{ mm}$. Enfin, la puissance excitatrice mise en œuvre est égale à 3 W. Ces valeurs correspondent à celles classiquement accessible par l'expérience. Enfin, pour réduire les temps de calculs, nous avons considéré un maillage progressif de l'échantillon étudié. Il a été pris plus fin à l'endroit de l'excitation laser et plus large ailleurs. Des thermogrammes calculés à chaque instant, nous avons tirés les profils spatiaux de température mesurés à l'aplomb de l'excitation laser. Nous avons ensuite calculé l'intégrale spatiale de ces profils. La figure 2 montre l'évolution temporelle de cette intégrale. Elle montre comme l'avait prévue la théorie une droite croissante. Nous avons enfin estimé la diffusivité thermique recherchée à partir du rapport de cette l'intégrale spatiale à la valeur maximale de température de la signature thermique. Nous obtenons une pente de $3,510^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ce qui conduit à une valeur de diffusivité thermique de $4,37 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, pour une valeur théorique de $4,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Ces valeurs sont très proches, ce qui montre bien la faisabilité de la méthode.

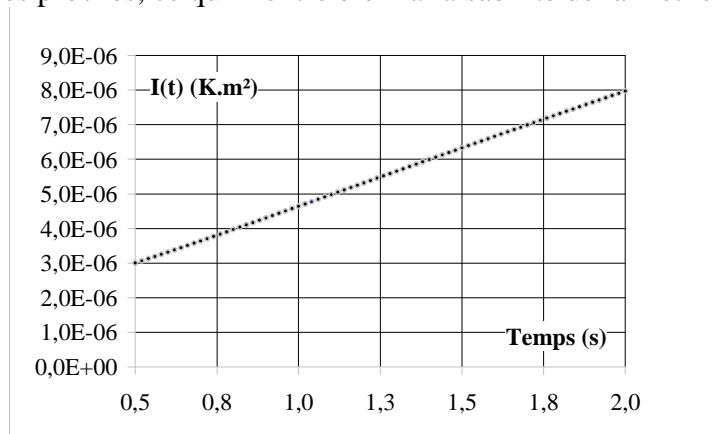


Figure 2 : Evolution temporelle de l'intégrale spatiale de la signature thermique de l'excitation laser

4. Etude expérimentale

4.1. Le dispositif expérimental mis en œuvre

Les résultats obtenus lors de l'étude théorique étant encourageant, nous sommes passé dans une seconde étape, à une étude expérimentale. Le dispositif expérimental mis en œuvre dans ce cadre, est le système d'Analyse des Matériaux Minces par Thermographie InfraRouge (SAMMTHIR) du laboratoire. La source d'excitation est constituée d'une diode laser émettant à 810 nm associée à une optique de collimation et focalisation. L'optique d'acquisition infrarouge est constituée d'une caméra « ondes longues » à bolomètres, travaillant en mode macro (pour obtenir une résolution spatiale suffisante). Cette dernière est placée perpendiculairement à l'échantillon, à une distance d'environ 5 cm. Le faisceau lumineux issu de la diode laser est, du fait de l'encombrement de la camera, envoyé de façon incliné sur l'échantillon à analyser. Sa forme est de ce fait légèrement elliptique. La diode laser est pilotée de façon à lui faire émettre un tir d'une puissance de 2W pendant une durée de 20 ms. La fréquence d'acquisition de la camera thermographie infrarouge est de 50 Hz.

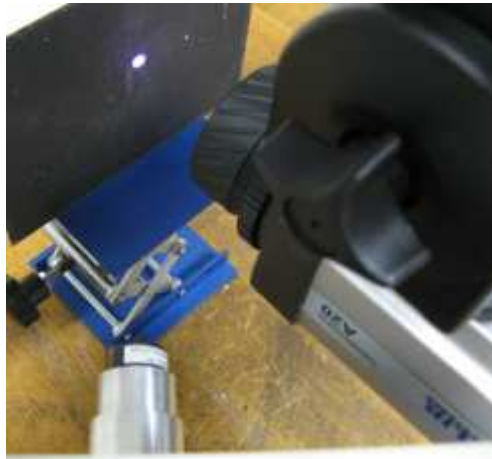


Figure 3 : Le dispositif expérimental mis en œuvre pour l'étude

4.2. Etude d'un échantillon académique

Le premier échantillon que nous ayons analysé expérimentalement, est un échantillon académique. Il s'agit d'un échantillon de plâtre. C'est un bloc parallélépipédique de 15 cm de longueur, de 12 cm de largeur et de 2.3 cm d'épaisseur. Afin de déterminer avec précision sa diffusivité thermique, nous en avons étudié une partie au diffusivimètre flash face arrière du LEMTA de Nancy. Un exemple de résultat obtenu est présenté sur la figure 4. Elle fait apparaître des valeurs de diffusivité thermiques estimées à l'aide de trois méthodes de dépouillement. Ces dernières sont égales à $3,49 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ pour la méthode des temps partiels, $3,53 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, pour la méthode des moments temporels et $3,49 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ pour l'ajustement théorie / expérience.

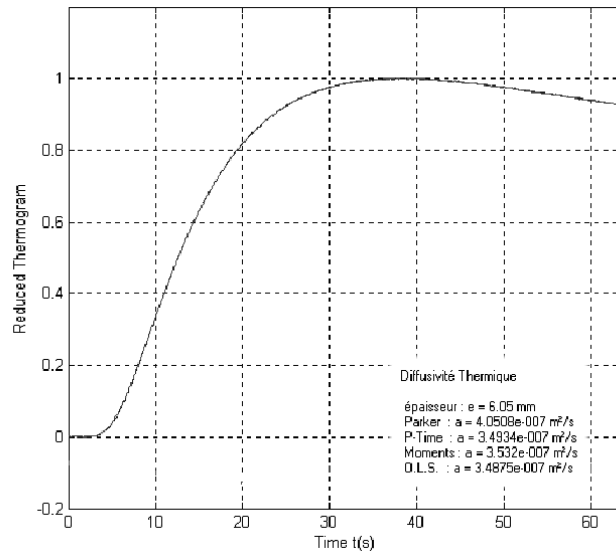


Figure 4 : Caractérisation de l'échantillon académique à l'aide d'un diffusivimètre flash de laboratoire

Cet échantillon en plâtre a ensuite été analysé à l'aide du dispositif expérimental SAMMTHIR. A partir du film thermographique obtenu, et des profils spatiaux extraits à différents instants après le tir nous avons estimé la valeur de la diffusivité thermique à l'aide de notre mode de dépouillement. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 5. Elle fait apparaître, comme le prévoit la théorie, une droite de pente positive. Nous avons alors estimé cette pente à $2,74 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, ce qui conduit à une diffusivité thermique de $3,43 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. Cette valeur est proche des valeurs de références. Cela confirme donc expérimentalement la faisabilité de la méthode.

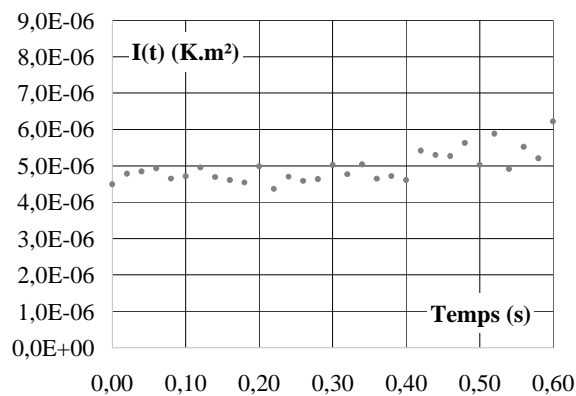


Figure 5 : Caractérisation d'un échantillon de plâtre à l'aide du système SAMMTHIR

4.3. Etude d'une fresque académique

Suite à cette première étude expérimentale encourageante, nous sommes passés à l'étude d'une fresque académique. Il s'agit d'une réplique du Saint Christophe de la collection Campana du Louvre (figure 6).



Figure 6 : La fresque académique étudiée

Cette fresque académique a déjà été caractérisée d'une part, à l'aide d'une analyse de Fourier spatiale [8], d'autre part à l'aide d'une analyse temporelle de l'évolution du rayon caractéristique de la signature thermique de l'excitation laser [9] et enfin à l'aide d'une analyse temporelle de l'évolution du maximum de température de cette même signature [10]. Dans tous les cas l'analyse a été développée au niveau de l'œil droit de l'enfant Jésus. Les valeurs de diffusivité thermique alors estimées sont respectivement égales à : $5,1310^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, $5,0910^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ et enfin $4,9610^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. C'est toujours à cette position que nous avons développé notre nouvelle analyse. Nous avons utilisé la même procédure expérimentale et le même protocole de dépouillement que pour l'échantillon de plâtre précédent. Nous présentons sur la figure 7 l'évolution temporelle du rapport entre l'intégrale spatiale de la signature thermique de l'excitation laser et sa valeur maximale. Nous obtenons comme le prévoit la théorie une droite de pente positive. Nous avons alors estimé la pente de cette droite pour aboutir à celle de la diffusivité thermique. Nous obtenons une pente égale à $4,08 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ce qui conduit à une diffusivité égale à $5,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Cette valeur expérimentale est proche des valeurs de référence, ce qui confirme la faisabilité de la méthode.

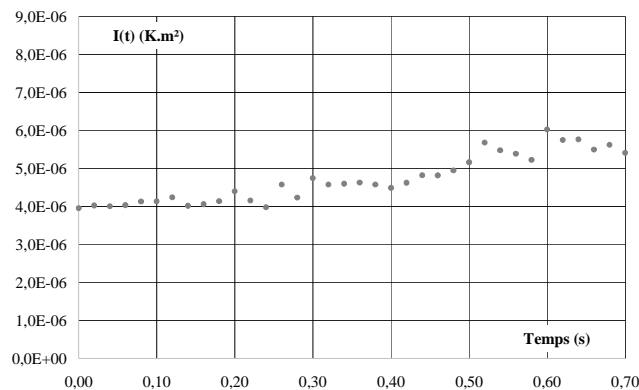


Figure 7 : Caractérisation d'une fresque académique à l'aide du système SAMMTHIR

5. Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié les possibilités de la thermographie infrarouge stimulée en matière de mesure in situ de la diffusivité thermique locale de peinture murale. Nous avons d'abord présenté le principe de la méthode de mesure, basée sur l'analyse temporelle de l'évolution de l'aire située sous la signature thermique d'une excitation laser. Nous avons ensuite présenté les simulations entreprises et montré théoriquement que la méthode

photothermique permettait une bonne estimation de la diffusivité thermique locale d'un bloc de plâtre. Les résultats théoriques obtenus étant positifs, nous avons alors développé une étude expérimentale. Dans ce cadre, nous avons d'abord présenté le dispositif expérimental développé pour l'étude, puis, nous avons enfin montré expérimentalement, que la méthode donnait accès à une bonne estimation de la diffusivité locale d'un échantillon académique de plâtre, puis d'une réplique partielle du Saint Christophe de la collection Campana du Louvre. Ces résultats théoriques et expérimentaux semblent ouvrir la voie à la caractérisation photothermique in situ d'œuvres d'art. Ils demandent maintenant à être affinés, généralisés et à être mis en œuvre lors de l'analyse réelle d'œuvres d'art. Des études allant dans ce sens sont en cours.

Références bibliographiques

- [1] G. Szatanik : Etude et restauration d'une peinture murale représentant Saint Christophe (collection Campana, Louvre). Essai d'application de la thermographie infrarouge stimulée pour l'examen du support. INP, Sept 2004.
- [2] J.C. Candoré : Détection et caractérisation de défauts par thermographie infrarouge stimulée : Application au contrôle d'œuvres d'art. PhD, Reims, June 2010.
- [3] G. Szatanik, M. Gerard, J.L. Bodnar : La thermographie infrarouge stimulée pour l'examen des enduits dans les peintures murales : Application au Saint Christophe portant l'enfant Jésus. Journal de Conservation et restauration (coré), n°17, décembre 2006, pp 64 – 70.
- [4] J. C. Candoré, J.L Bodnar, V. Detalle, P. Grossel : Non destructive testing of work of art by stimulated infrared thermography. European physical journal Applied Physics, 2012, vol 57, 02, pp 21002 -210011.
- [5] J.L. Bodnar, J.L. Nicolas, J.C. Candoré, V. Detalle : Non destructive testing by infrared physics, DOI 10.1007/s10765-012-1265-2,.
- [6] J.L Bodnar, J. C Candoré, J.L. Nicolas, G. Szatanik, V. Detalle, J.M.Vallet : Stimulated infrared thermography applied to help for restoration of mural paintings, NDT/E International, 49, pp 40-46, 2012
- [7] J.L. Bodnar, K. Mouhoubi, G. Szatanik-Perrier, J.M. Vallet and V. Detalle : Photothermal thermography applied to the non-destructive testing of different types of works of art, International Journal of Thermophysics, DOI 10.1007/s10765-012-1301-2.
- [8] J.C. Candoré, J.L Bodnar, V. Detalle, P. Grossel : Characterization of defects situated in a fresco by stimulated infrared thermography, European physical journal Applied Physics, 2012, vol 57, 01, pp 11002 -11008
- [9] J.L Bodnar, J.L. Nicolas, K. Mouhoubi, V. Detalle : Stimulated infrared thermography applied to thermophysical characterization of cultural heritage mural paintings, February 2012, vol 57, issue 2.
- [10] K. Mouhoubi, J.L Bodnar, J.L. Nicolas, V. Detalle, J.M. Vallet, T. Duvaut : Caractérisation thermophysique locale d'œuvres d'art du patrimoine par thermographie infrarouge stimulée, actes du congrès SFT 2013, Gérardmer, 28 – 31 mai 2013.