# Phénomène de déposition de paraffine dans les canalisations.

# Rachid BOUCETTA1\*, Mohand KESSAL2

**Résumé** - Une étude sur l'écoulement des fluides visqueux chargés de paraffine, est menée sur la base des équations du mouvement et du transfert de chaleur. Ces dernières sont réécrites sous une forme adimensionnelle complète, afin d'analyser l'influence de la température sur la position du point de déposition et son évolution en fonction du temps. Une résolution numérique du nouveau système d'équations, basée sur la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre, est réalisée pour deux cas pratiques courants afin de prévenir le problème d'obstruction des conduites.

#### Nomenclature

#### **Symboles:**

- c Chaleur spécifique, j/kg k
- D Diffusivité moléculaire, m<sup>2</sup>/s
- f Coefficient de frottement, adimensionnel
- h Coefficient de transfert de chaleur, W/m<sup>2</sup>k
- J Flux de diffusion massique, kg/sm<sup>2</sup>
- L Longueur du tube, m
- Nu Nombre du Nusselt, adimensionnel
- P Pression, Pa
- Pe Nombre de Peclet, adimensionnel
- Q Débit volumique,  $m^3/s$
- Re Nombre de Reynoltds, adimensionnel
- x Coordonnée axiale, m
- S Coefficient de solubilité, kg/m<sup>3</sup>k
- t Temps, s
- T Température de pétrole, k

# 1. Introduction

U Coefficient global de transfert de chaleur, W/m²k

k Conductivité thermique, W/mk

# Lettres grecques:

- $\delta$  Epaisseur de la couche déposée, m
- $\Delta p$  Variation longitudinale de pression, Pa
- $\theta$  Température, adimentionnelle
- ρ Densité massique de fluide, kg/m<sup>3</sup>

# **Indices:**

- *i* interne
- o externe
- *o* état initial

# **Exposants:**

forme adimentionnelle

Les écoulements de fluides visqueux et paraffineux ont lieu dans plusieurs installations industrielles comme les puits de production et les réseaux de collecte de pétrole, les conduites de chargement et de déchargement de ce liquide, ainsi que les canalisations d'acheminement des huiles. Le problème généralement posé est celui de l'obstruction de ces canalisations, compte tenu de l'influence de la température sur le comportement du produit.

Ce problème a fait l'objet d'un grand nombre de travaux expérimentaux (Jessen [1], Burger [2] et Hamon [3]), analytiques et numériques (Weingarten [4], Mendes [5] et Fusi [6]) dans différentes configurations. Le but étant de maîtriser les divers paramètres régissant le problème de déposition, ainsi que l'exploitation des équipements associés.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Département de physique, Faculté des Sciences, Université de Boumerdès, 35000, Algérie.

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup> Département Transport et Equipements des Hydrocarbures, Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie, Université de Boumerdès, 35000, Algérie.

<sup>\*(</sup>auteur correspondant r boucetta@yahoo.fr)

Comme suite au travail de Souza Mendes [5], nous avons considéré deux cas de figure : une  $\Delta p$  constante et un débit Q variable (cas A), avec comme extension au travail de l'auteur précité [6] le calcul de l'évolution dans le temps des principaux paramètres de l'écoulement. En outre nous avons introduit le cas où la  $\Delta p$  est variable et le débit Q constant (cas B), afin de mieux cerner les deux situations généralement rencontrées dans la pratique.

# 2. Modele théorique

On distingue deux régions de l'écoulement (fig.1), la première commence à x=0 et fini à  $x_d$ , où le produit est en contact avec la paroi et où il atteint la température du point de rosé  $(T_w\big|_{x_d}=T_c)$ . Dans cette région, le produit n'est pas encore saturé, il n'y a donc aucune précipitation de paraffine. L'autre région de l'écoulement constitue le reste du domaine,  $x_d \le x \le L$ . Dans cette région le produit est supposé saturé de paraffine.

# 2.1. Equation de la quantité de mouvement

Pour un écoulement unidirectionnel d'un fluide visqueux chargé de paraffine, en négligeant les termes non linéaires et compte tenu de la répartition de l'épaisseur  $(d = 2[R - \delta])$ , l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\Delta p = p_{in} - p_{atm} - \rho g H = \frac{\rho Q^2}{4\pi^2 R^4} \int_0^{L^*} \frac{f}{(1 - \delta^*)^5} dx^*$$
 (1)

Où  $p_{in}$  est la pression à l'entrée,  $p_{atm}$  la pression atmosphérique, g l'accélération de la pesanteur, H la dénivelée entrée-sortie du tube, f = f(x, t) le coefficient de frottement, R le rayon du tube et  $\rho$  la densité de fluide supposée constante.

# 2.2. Forme adimensionnelle des paramètres

L'introduction d'une forme adimensionnelle des paramètres permet d'écrire :  $L^* = L/R$ , longueur adimensionnelle,

 $x^* = x/R$ , coordonnée axiale adimensionnelle et  $\delta^* = \delta/R$ , l'épaisseur adimensionnelle de la couche déposée.

Le débit instationnaire est obtenu de l'équation (1) sous la forme suivant :

$$Q(t) = 2\pi R^{2} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{\int_{0}^{L^{*}} \frac{f}{(1-\delta^{*})^{5}} dx^{*}}}$$
(2)

Il est utile de rappeler que cette forme de débit souligne l'interdépendance débit-variation de pression. Il faut donc fixer l'un de ces deux paramètres dans le calcul, ce qui nous conduira par la suite à considérer les deux cas de figure précités.

On définit aussi le débit (Q) et la variation longitudinale de pression  $(\Delta p)$  par rapport à l'état initial respectivement  $(Q_0)$  et  $(\Delta p_0)$  pour un écoulement laminaire (Re < 3000) de la manière suivante :

$$Q / Q_{0} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\int_{0}^{L^{*}} \frac{f}{(1 - \delta^{*})^{5}} dx^{*}}} \sqrt{\frac{64L^{*}}{Re_{0}}} & Cas A \\ 1 & Cas B \end{cases}$$
(3)

$$\Delta p/\Delta p_0 = \begin{cases} \frac{Re_0}{64L^*} \int_0^L \frac{f}{(1-\delta^*)^5} dx^* & Cas \quad B \\ 1 & Cas \quad A \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

La distribution longitudinale de la pression pour les deux cas est :

$$p^* = \frac{p - p_{alm} - \rho g H}{\Delta p} = \frac{Re_0}{64 L^*} \int_{x^*}^{L^*} \frac{f}{(1 - \delta^*)^5} dx^{*'} \qquad Cas A$$
 (5a)

$$p^* = \frac{p - p_{atm} - \rho g H}{\Delta p} = \frac{\int_{x^*}^{L^*} \frac{f}{(1 - \delta^*)^5} dx^{*'}}{\int_{0}^{L^*} \frac{f}{(1 - \delta^*)^5} dx^{*}}$$
 Cas B (5b)

## 2.3. Bilan énergétique

Le transfert thermique joue un rôle important dans le processus du dépôt. Si nous appliquons le principe de la conservation de l'énergie à un volume de contrôle (fig. 1), nous obtenons:

$$\rho Qc \frac{dT_b}{dr} = 2\pi RU \left( T_o - T_b \right) \tag{6}$$

Dans cette relation le coefficient global de transfert de chaleur U, réécrit sous une forme adimensionnelle est :

$$U^* = \frac{UR}{k_i} = \left[ \frac{2k_i / k_0}{Nu_0} + \frac{k_i}{k_w} ln \left( \frac{R_0}{R} \right) + \frac{k_i}{k_d} ln \left( \frac{1}{1 - \delta^*} \right) + \frac{2}{Nu_i} \right]^{-1}$$
 (7)

L'intégration l'équation (7) donne :

$$\theta = exp \left[ -\frac{4}{Pe_{0}Q / Q_{0}} \int_{0}^{x^{*}} U^{*} dx^{*'} \right]$$
 Cas A (8a)

$$\theta = exp \left[ -\frac{4}{Pe_0} \int_0^{x^*} U^* dx^{*'} \right]$$
 Cas B (8b)

L'intégration des équations (9a) et (9b) donne la position du point de démarrage du phénomène de déposition sous sa forme adimentionnelle suivante :

$$x_d^* = \frac{ln\left(\frac{T_{in} - T_o}{T_c - T_o}\right)}{4U^*\Big|_{\delta^* = 0}} Pe_0 Q / Q_0 \qquad Cas A \qquad (9a)$$

$$x_{d}^{*} = \frac{ln\left(\frac{T_{in} - T_{o}}{T_{c} - T_{o}}\right)}{4U^{*}\Big|_{\delta^{*} = 0}} Pe_{0}$$
 Cas B (9b)

# 2.4. Epaisseur de couche du dépôt de paraffine

Pour compléter la formulation du problème nous avons besoin d'une équation régissant l'évolution de l'épaisseur du dépôt de paraffine  $\delta^*(x,t)$ . Cela en écrivant l'équation de continuité radiale dans le terme du flux de masse de paraffine à l'interface solide-liquide et en utilisant la loi de Fick sur la diffusion moléculaire. La variation de l'épaisseur par rapport au temps s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial t^*} = \begin{cases}
0, & si \quad 0 \le x^* < x_d^*; \\
\frac{S^* U^*}{1 - \delta^*} \theta & si \quad x_d^* \le x^* < L^*.
\end{cases} \tag{10}$$

Où  $S^*$  est le coefficient de solubilité adimensionnel

## 3. Résultats et discussion

#### 3.1. Méthode de résolution

En fixant la condition initiale  $\delta^*(x^*,0) = 0$ , on résout le système d'équations (10) en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre. Le calcul des paramètres essentiels (le débit, la température, la pression et la variation longitudinale de pression) a fait l'objet de la méthode itérative de Newton Cotes d'ordre huit (Démidovith)[7].

Pour compléter les données de ce problème, on définit les constantes comme suit :

$$L/R = 1000$$
;  $\theta_c = (T_c - T_o)/(T_{in} - T_o) = 0.9$ ;  $S^* = 0.06$ ;  $K_i/K_d = 1$ ;  $Nu_i = 3.66$ 

# CAS A:

Sur la figure 2, en considérant le comportement de l'épaisseur dans la zone du point de démarrage du phénomène de déposition. En fonction du temps, ce point évolue en sens inverse de l'écoulement.

Pour ce cas nous avons tracé l'évolution de l'épaisseur en fonction de la longueur adimensionnelle de canalisation, pour une série de nombres de Reynolds et de Peclet différents tels montrés sur les figures 3A, B, C et D correspondant respectivement à Re=1 et Re=10, et Pe=100 et Pe=1000. On remarque que l'influence du nombre de Reynolds sur la l'épaisseur est négligeable, contrairement à celle du nombre de Peclet. Sur le plan physique le phénomène de convection est prépondérant.

## CASB:

Sur la figure 4, l'évolution brusque de la variation longitudinale de pression,  $\Delta p$  après  $t^* = 8$  suggère que l'obstruction de la conduite a commencé.

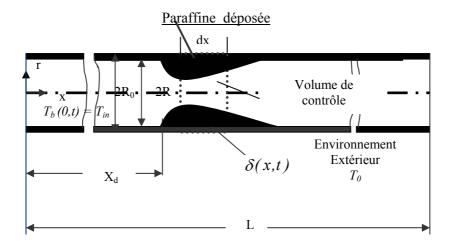


Figure 1 : Schématisation du problème

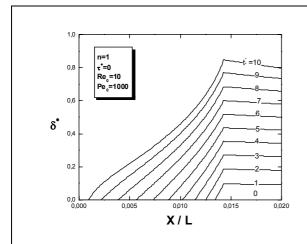


Figure 2 : La zone du point de démarrage du phénomène de déposition

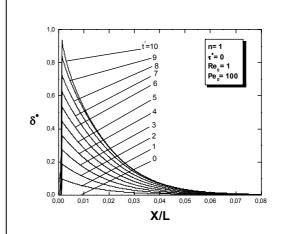


Figure 3A : Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=1$ ,  $Pe_0=100$ )

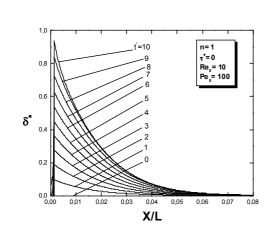


Figure 3B : Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=100$ )

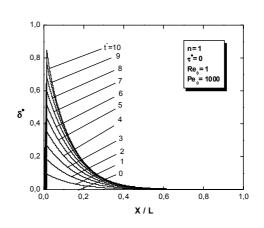


Figure 3C : Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0=1$ ,  $Pe_0=1000$ )

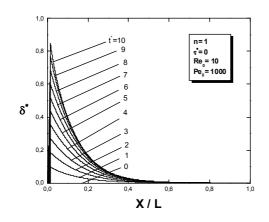


Figure 3D: Répartition longitudinale de l'épaisseur ( $Re_0$ =10,  $Pe_0$ =1000)

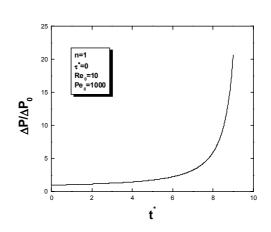


Figure 4 : Variation longitudinale de pression en fonction du temps ( $Re_0=10$ ,  $Pe_0=1000$ )

## 4. Conclusion

Le phénomène de déposition de paraffine, lors d'un écoulement d'un fluide visqueux, a été modélisé pour le cas d'une conduite de section circulaire. Il a été mis en évidence, pour deux cas pratiques distincts, les positions du point de démarrage de la déposition ainsi que l'évolution spatiale et temporelle de l'épaisseur et la variation longitudinale de pression. Cette évolution est due essentiellement à l'influence prépondérable du phénomène de convection.

## References

- [1] Jessen, F. W.; Howell, J.N. "Effect of Flow Rate on Paraffin Accumulation in Plastic, Steel, and Coated Pipe", *Petroleum Transactions*, AIME, 1958, pp 80-84.
- [2] Burger, E.D.; Perkins, T.K.; and Striegler, J.H. "Studies of Wax Deposition in the Trans Alaska Pipeline", *Journal of Petroleum Technology*, 1981, pp. 1075-1086.
- [3] Hamouda, A.A, Davidsen, S. "An Approach for Simulation of Paraffin Deposition in Pipelines as a Function of Flow Characteristics With a Reference to Teesside Oil Pipeline", *Society of Petroleum Engineers*, 1995, SPE 28966.
- [4] Weingarten, J. A., "Methods for Predicting Wax Precipitation and Deposition", *Society of Petroleum Engineers*, 1986, SPE 1554.
- [5] Souza Mendes, P.R. and Braga, "Obstruction of Pipelines During the Flow of Waxy Crude Oils", ASME *Journal of Fluids Engineering*, 1996.
- [6] Fusi, L., "On the Stationary Flow of a Waxy Crude Oil With Deposition Mechanisms", *Nonlinear Analysis* 53 (2003), pp. 507-526.
- [7] Démidovith.B et Maron.I, Eléments de Calcul Numérique, Editions MIR MOSCOU (1987).